

**Vols fer el TEU treball de recerca al  
Centre de Recerca Matemàtica?**

**Any 2014**





**Vols fer el TEU treball de recerca al  
Centre de Recerca Matemàtica?**



## 1. PRESENTACIÓ

Benvolgut Professor/a de Matemàtiques al Batxillerat

El dissabte passat, el 8 de Març, vaig ser a l'acte de lliurament dels premis a la Recerca Jove 2013, atorgats per l'AGAUR a joves que han destacat en l'elaboració dels treballs de recerca de batxillerat.

Entre la cinquantena llarga de premiats, n'hi havia tan sols dos de matemàtiques, i bens pocs més de física. En acabar l'acte, els responsables de l'AGAUR van explicar-me que se'n presenten pocs de matemàtiques, i que a més s'observa una certa repetició i esgotament de temes. Ells mateixos van reptar-me a fer quelcom per millorar la situació.

Per circumstàncies personals sé molt bé el difícil que és dirigir un treball de recerca original i novedós en matemàtiques. Des del CRM no se m'acut res millor que oferir-nos nosaltres mateixos a donar un cop de mà. És per això que he demanat als investigadors del CRM que fessin propostes concretes, que trobaràs en aquest quadern a títol d'exemple. Aquests investigadors s'ofereixen a actuar com a cotutors, juntament amb tu mateix/a, en la definició i elaboració del treball de recerca.

O potser ja tens alguna idea al cap i et podem ajudar a desenvolupar-la, o a trobar un altre cotutor a alguna universitat. Sortosament, al CRM coneixem molt bé el col·lectiu de matemàtics catalans i podem ajudar a localitzar les persones adequades.

Abans d'explicar els projectes, una primera secció ofereix una visió de conjunt de la recerca que es fa al CRM.

Per a qualsevol aclariment o suggeriment, pots contactar-me per correu electrònic indicant "Treball Batxillerat" com a assumpte, a:

Joaquim Bruna  
Director CRM  
rbatxillerat@crm.cat

## 2. LA RECERCA AL CRM

Els grups de recerca del CRM són:

### 2.1. Grup de Recerca en Sistemes Complexos.

Coordinador: ÁLVARO CORRAL

Podem considerar com a sistemes complexos aquells formats per un nombre molt gran de components que interactuen intensament. Molts dels reptes actuals de la humanitat estan en comprendre el comportament de sistemes complexos, com ara el clima, l'economia, la societat, el cervell humà, la biologia, etc. En oposició a aquest concepte, l'àtom d'hidrogen, el sistema solar o un gas ideal serien sistemes simples, malgrat que per descriure'ls necessitem conceptes profunds de la física i matemàtiques sofisticades. Tanmateix, si tot allò que és complex és un sistema complex, què aporta de nou el nou paradigma de la complexitat? Tots aquests sistemes d'àmbits tan diversos poden ser tractats des d'una única perspectiva? Una de les idees clau en els estudis de complexitat és que les estructures apareixen en aquest tipus de sistemes a tots els nivells, incloent nivells molt distants dels propis de la interacció entre les components, i a més mostren regularitats estadístiques sorprenents.

En el grup de Sistemes Complexos del CRM ens concentrem en dues línies de recerca: la primera, desastres naturals i fenòmens meteorològics, resultat de l'activitat complexa de la Terra, i la segona, l'estructura de la informació en les comunicacions entre humans, resultat de l'activitat complexa de les zones del cervell que les controlen i de les relacions socials entre els comunicadors.

### 2.2. Grup de Recerca en Biologia Computacional i Matemàtica.

Coordinador: TOMÀS ALARCÓN.

**Àmbit de Recerca.** La majoria dels fenòmens estudiats per les Ciències Naturals, des de Ciència de Materials a Astrofísica, són processos d'escala múltiples, és a dir, són fenòmens que impliquen l'acoblament de processos que tenen escales espacials i temporals característiques molt diferents, de manera que el comportament global emergeix d'aquesta interacció. Mentre que en el camp de les Ciències Físiques s'ha fet un progrés considerable en el tractament d'aquest tipus de fenomen, els resultats obtinguts per a sistemes biològics són

bastant més modestos. Aquest estat de coses es deu a què la unitat fonamental en sistemes vius (la cèl·lula) és molt més complexa que les corresponents unitats en sistemes inerts. Per tant, es necessiten tant models com mètodes nous per analitzar els processos d'escala múltiples en Biologia. Aquest és el camp de recerca del grup de Biologia Computacional i Matemàtica al CRM: la formulació de nous models que siguin rellevants tant per a biòlegs experimentals com per a investigadors clínics, i el desenvolupament de les eines computacionals i analítiques necessàries per al seu estudi. Ens centrem en problemes de rellevància clínica, en particular en problemes relacionats amb càncer.

L'activitat del nostre grup s'articula al voltant de les següents línies de recerca:

- Modelització d'escala múltiples de creixement tumoral i angiogènesi.
- Dinàmica evolutiva de poblacions amb estructura complexa, en particular, poblacions de cèl·lules amb estructura jeràrquica i mapa entre genotip i fenotip.
- Modelització del cicle cel·lular.
- Modelització estocàstica de receptors tirosina-quinasa - Tumors latents.

### 2.3. Grup de Recerca en Matemàtica Financera i Control de Risc.

Coordinador: LUIS ORTIZ.

El principal objectiu d'aquesta línia de recerca és estudiar problemes de caire tant teòric com aplicat que apareixen en Finances Quantitatives. Aquest àmbit de recerca ha experimentat un creixement exponencial en els darrers anys, i es basa en utilitatge matemàtic divers. Alguns dels problemes que estudiem són:

- Computació numèrica d'opcions de compra exòtiques en models financers basats en processos de Lévy.
- Simulació numèrica d'equacions diferencials estocàstiques governades per processos de Lévy.
- Inversió de processos estocàstics.
- Mètodes Monte Carlo de reducció de variància utilitzant variables antitètiques en alta dimensió.

### 2.4. Grup de Recerca en Anàlisi Harmònica i Teoria d'Aproximació.

Coordinador: SERGEY YU. TIKHONOV

**Àmbit de Recerca.** L'anàlisi harmònica estudia la representació de funcions o senyals com a superposició d'ones elementals. Avui dia és un dels camps més aplicable de les matemàtiques. Entre els seus molts usos hi ha el processament de senyal, la transmissió d'imatges, l'enginyeria electrònica, i molts altres camps. La teoria d'aproximació considera el problema de la millor aproximació de funcions generals i complicades per d'altres de més simples i computables. Conceptes com "millor", "simpleï" "computable" dependran de les aplicacions. La teoria d'aproximació és una branca establerta i desenvolupada de les matemàtiques que experimenta un augment significatiu a causa de les seves àmplies aplicacions, no només en matemàtiques (per exemple, anàlisi numèrica, anàlisi en ondetes), sinó també en computació, processament del senyal, la biomedicina, i sistemes d'informació geogràfica. Els avenços recents en la teoria de l'aproximació ho són en matemàtiques fonamentals i han permès augmentar significativament la nostra capacitat de processar grans conjunts de dades.



## 2.5. Grup de Recerca en Matemàtica Industrial.

Coordinador: TIMOTHY MYERS.

**Àmbit de Recerca.** La matemàtica industrial és un terme poc precís que cobreix bàsicament qualsevol aplicació de les matemàtiques en un context industrial. El grup de recerca del CRM centra el seu treball en quatre àrees principals:

- **Canvi de fase.** Es produeixen transicions de fase en un gran nombre de situacions naturals i industrials com, per exemple, la formació del gel, la formació del metall a partir de l'estat fos, la fabricació de discos informàtics, les cobertures de xocolata i molts més. El modelatge de les transicions de fase requereix l'estudi del flux calorífic en les diferents fases, que es defineixen en un domini desconegut i en moviment. El problema, però, pot ser encara més complex ja que les capes líquides i gasoses també poden fluir.
- **Fluxos de pel·lícula fina.** Possiblement, la definició de "fi" sigui una mica ambigua. Els fluxos de pel·lícula fina poden incloure el moviment de lubricants, pintures, l'aigua que baixa per una finestra, l'aire que suporta un disc dur de rotació ràpida o el moviment de la lava o d'una glacera.
- **Fluxos de fluids no newtonians.** Un fluid newtonià té una viscositat constant; l'aigua n'és l'exemple més evident. Tanmateix, pràcticament la majoria dels fluids interessants presenten una viscositat variable. Per exemple, les pintures i els olis tenen un comportament pseudoplàstic (esdevenen menys viscosos quan se'ls aplica una força tallant). Alguns fluids com la pasta de dents, la xocolata desfeta o el quètxup es comporten com un sòlid fins que s'aplica la força suficient. La majoria de productes alimentaris líquids i fluids biològics són no newtonians, per exemple, la sang té un comportament pseudoplàstic, però aquest comportament també depèn de la mida del vas sanguini.
- **Dinàmica de nanofluids.** La dinàmica de fluids a escala macroscòpica és relativament ben coneguda. Si més no, certs fenòmens que són negligibles en aquesta escala deixen de ser-ho a mesura que ens acostem a

la micro (i encara més a la nano) escala. Per exemple, és ben sabut que l'addició de nanopartícules a un fluid pot millorar la seva capacitat per transportar calor. Tant mateix, la dinàmica del fluid es pot veure afectada per un excés d'aquestes partícules, no tan sols de manera general sinó pel moviment brownià de les molècules del fluid. La dinàmica de nanofluids és el camp d'estudi que tracta aquests tipus de problemes. Aquest, és un camp nou i motivant de la ciència on la recerca matemàtica és conduïda principalment pels descobriments experimentals en aquesta àrea.

## **2.6. Grup de Recerca en Neurociència Computacional.**

Coordinador: ALEXANDER ROXIN.

El CRM està construint actualment un grup de recerca en Neurociència Computacional, amb l'objectiu general d'aplicar tècniques de modelització numèrica i analítica, així com l'anàlisi de dades, per a l'estudi de la funció cerebral. Una de les principals àrees d'interès és explorar com la dinàmica d'un gran nombre de neurones és modelada pels patrons de connectivitat sinàptica en els micro-circuits corticals.

Un altre focus important de recerca d'aquest grup consisteix en el desenvolupament de models de formació de la memòria i de la seva consolidació. La memòria a llarg termini es creu que resideix en els patrons de connectivitat sinàptica dels circuits neuronals. A més, se sap que la memòria és inicialment fortament dependent d'una estructura cerebral anomenada hipocamp, però eventualment es converteix en independent d'aquesta estructura amb el temps. Per tant, l'emmagatzematge de memòria en el cervell és el procés dinàmic que implica la interacció de diverses àrees del cervell. El nostre objectiu és aclarir aquest procés utilitzant models realistes de xarxes en què els records són explícitament modelats com patrons de pesos sinàptics.

## **2.7. Grup de Recerca en Epidemiologia Matemàtica.**

Coordinador: ANDREI KOROBEINIKOV.

Els models matemàtics de les malalties infeccioses dels éssers humans, els animals domèstics i silvestres i plantes està en ràpida expansió i és una àrea

molt rellevant en la pràctica de la investigació. Aquesta àrea general inclou una sèrie de línies d'investigació, com per exemple l'aparició i invasió de nous patògens, l'evolució dels agents patògens, la dinàmica de les malalties infeccioses en una població, així com la dinàmica de microparàsits dins d'un hoste. També es tracta de la descripció matemàtica de la resposta immune, així com del seu fracàs, com en el cas de la infecció per VIH. La direcció més important és, però, ajudar els epidemiòlegs i biòlegs en el desenvolupament d'estratègies racionals per al control de malalties infeccioses.

En el CRM, emprem la tècnica matemàtica de la Teoria de Sistemes Dinàmics per descriure i estudiar la dinàmica de les malalties infeccioses. Els nostres interessos particulars són a la invasió de les infeccions emergents, l'estabilitat i persistència d'un agent patogen, així com l'estabilitat de la resposta immune. També estem interessats en l'evolució viral i microbiana, que és probablement el factor més important responsable de l'aparició de noves infeccions, i en el control de les malalties infeccioses. Una de les línies que estem explorant activament és l'aplicació de les eines i mètodes de la teoria de control òptim per al control de malalties infeccioses.



Projectes de treballs de recerca



## LES MATEMÀTIQUES DE LA TRANSMISSIÓ DE MALALTIES.

Sota quines condicions un brot localitzat d'una determinada malaltia es pot escampar, convertint-se en una epidèmia que afecti a una porció gran de la població? Com es poden establir estratègies òptimes de prevenció i vacunació? Aquestes i altres preguntes es plantegen dins del camp de l'epidemiologia, una disciplina científica a la frontera entre la medicina i les matemàtiques, i admeten una formulació matemàtica precisa. Les solucions ofertes per aquests models matemàtics tenen gran incidència en l'elaboració de polítiques sanitàries.

### REFERÈNCIES

- [1] R.M. May. *Non-linear phenomena in ecology and epidemiology*. Ann. N. Y. Acad. Sci. **357** (1980), 267–281.
- [2] R.M. May. *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*. Oxford University Press (1992).

### **Persona de contacte:**

Tomàs Alarcón

CRM

*talarcon@crm.cat*

## L'ESTUDI DELS PATRONS I LES FORMES DE LA NATURA MITJANÇANT MODELS COMPUTACIONALS.

Els patrons i les formes que s'observen en la Natura són fascinants per la seva bellesa. Els científics dels més diversos camps, des de les matemàtiques fins a la biologia han fet esforços immensos per intentar entendre els processos que, de forma espontània, donen lloc a ordre i a formes simètriques com les que es poden observar arreu. En aquest projecte formularem models computacionals molt més simples que els processos que de fet ocorren en la natura però que ens permetran entendre com la interacció entre els components de un determinat sistema dóna lloc a l'autoorganització de patrons i estructures ordenades a gran escala. En particular, ens concentrarem en l'estudi dels anomenats patrons de Turing, que són un model molt habitual de molts processos de formació d'estructura en sistemes biològics.

### REFERÈNCIES

- [1] H. Meinhardt. *The algorithmic beauty of sea shells*. Springer (2009)
- [2] S. Wolfram. *A new kind of science*. Disponible on-line.  
<http://www.wolframscience.com/nksonline/toc.html>
- [3] G.B. Ermentrout, L. Edelstein-Keshet. *Cellular automata approaches to biological modelling*. J. Theor. Biol. **160** (1993), 97-133.

### **Persona de contacte:**

Tomás Alarcón

CRM

*talarcon@crm.cat*



## DESASTRES NATURALS: ALEATORIETAT O ORDRE?

Antigament es pensava que les grans catàstrofes eren càstigs dels Deus als homes. Avui sabem que aquests esdeveniments sempre tenen unes raons físiques al darrera, molt complexes en general. Ara bé, pot existir alguna llei matemàtica que reguli la seva ocurrencia? Sembla ser que sí: mitjançant l'estadística es poden desvetllar patrons i regularitats molt sorprenents, comuns a fenòmens tan diversos com el terratrèmols, les erupcions volcàniques, els incendis forestals, l'extinció de les espècies, els huracans, etcètera. A més, un model computacional molt simple, el model de la "pila de sorra", pot servir com a metàfora de la gènesi de la complexitat i de la dificultat de predicció en aquests sistemes.

En aquest projecte aprendrem cómo son aquestes lleis.

### REFERÈNCIES

- [1] P. Bak. *How Nature Works*, Springer (1999).
- [2] M. Buchanan. *Ubiquity, why catastrophes happen*, Broadway (2002).
- [3] B. D. Malamud. *Tails of natural hazards*, *Physics World* **17(8)** (2004), 31–35.
- [4] A. Corral. *Física estadística dels fenòmens catastròfics*,  
[https://www.crm.cat/acorral/papers/corral\\_natural\\_hazards\\_soc\\_sabadell.pdf](https://www.crm.cat/acorral/papers/corral_natural_hazards_soc_sabadell.pdf)

### Persona de Contacte:

Álvaro Corral

CRM

[acorral@crm.cat](mailto:acorral@crm.cat)

<https://www.crm.cat/acorral>

## COM AFECTA L'ESCALFAMENT GLOBAL ALS HURACANS?

Els huracans, i els ciclons tropicals en general, són monstruoses maquinàries tèrmiques que fan servir com a combustible l'aigua calenta dels oceans tropicals. És un fet que la temperatura del planeta està creixent. Aleshores, tindrem més huracans en el futur? I seran aquests més intensos? O aquest raonament tan simple falla per alguna banda?

### REFERÈNCIES

- [1] K. Emanuel, *Divine Wind: the History and Science of Hurricanes*, Oxford University Press (2004).
- [2] A. Gore, *Una veritat incòmoda*, Edicions 62 (2007).
- [3] A. Gore, *Una veritat incòmoda per a futures generacions*, Edicions 62 (2008).
- [4] A. Corral, A. Ossó i J.E. Llebot, *Scaling of Tropical Cyclone Dissipation*, *Nature Physics* 6 (2010), 693–696.  
[https://www.crm.cat/acorral/papers/corral\\_natural\\_hazards\\_soc\\_sabadell.pdf](https://www.crm.cat/acorral/papers/corral_natural_hazards_soc_sabadell.pdf)

### **Persona de Contacte:**

Álvaro Corral

CRM

[acorral@crm.cat](mailto:acorral@crm.cat)

<https://www.crm.cat/acorral>

## QUÈ FA QUE UNA PILOTA DE FUTBOL ES DESVIÏ?

Aquest projecte prové d'un problema plantejat en una trobada matemàtiques-indústria celebrada a Sud-àfrica recentment.

En el futbol professional és l'equip de casa qui tria la pilota. L'elecció de la pilota està limitada pels reglaments de la FIFA i també pels equips locals. Un equip de primera divisió de Sud-àfrica va preguntar si era possible triar una pilota que els donés un avantatge sobre els equips visitants.

L'equip en qüestió juga molt per sobre del nivell del mar i per tant una opció òbvia és explotar l'efecte de la densitat de l'aire sobre el moviment de la pilota. En conseqüència, aquest projecte tracta d'analitzar el moviment d'una pilota de futbol a través de l'aire i, en particular, què fa que agafi efecte i canvi la trajectòria. També caldrà veure una mica de futbol.

### **Persona de contacte:**

Tim Myers

CRM

*tmyers@crm.cat*

## LES MATEMÀTIQUES DE L'ENERGIA SOLAR.

A la Terra li arriba més energia provinent del sol en una hora que el total d'energia consumida pels humans en un any [1]. L'energia solar disponible que colpeja la Terra a qualsevol hora és igual a 130 milions de plantes de generació de 500 MW [2].

Els combustibles fòssils són nocius per al medi ambient i s'estan acabant. L'energia solar pot esdevenir una font d'energia segura que reemplaci els combustibles fòssils. Espanya és un dels estats més avançats en el desenvolupament d'aquesta energia i se situa en la quarta posició a nivell mundial com a productora de tecnologia per l'energia solar. El 80 per cent d'aquesta producció s'exporta a Alemanya [3].

No obstant això, la tecnologia actual és insuficient. El pic d'eficiència de les plantes d'energia solar concentrada és del 20 per cent, mentre que el de les plantes de producció d'energia mitjançant combustibles fòssils pot sobrepassar el 50 per cent [4]. Una bona part de la recerca experimental i computacional en aquest àmbit està enfocada a millorar l'eficiència de la conversió de l'energia solar. Les matemàtiques, com altres camps de recerca, també poden ajudar a assolir aquest repte.

## REFERÈNCIES

- [1] N. S. Lewis, Toward cost-effective solar energy use. *Science* **315** (2007), no. 5813, 798–801.
- [2] A. Lenert and E. N. Wang, Optimization of nanofluid volumetric receivers for solar thermal energy conversion, *Solar Energy* **86** (2012), no. 1, 253–265.
- [3] Wikipedia: Solar power in Spain.
- [4] M. G. Walter, E. L. Warren, J. R. McKone, S. W. Boettcher, Q. Mi, E. A. Santori and N. S. Lewis, Solar water splitting cells. *Chemical reviews* **110** (2010), no. 11, 6446–6473.

### **Persona de contacte:**

Tim Myers

CRM

*tmyers@crm.cat*

## EL CAPITAL ECONÒMIC EN LES ENTITATS FINANCERES.

És coneguda per tothom la recent crisi financera que estem patint a nivell mundial. La caiguda de Lehman Brothers al setembre de 2008 va ser la primera gran senyal del tsunami financer que ens venia a sobre. Molts bancs i caixes d'arreu del món van ser intervinguts per l'organisme supervisor o absorbides per altres entitats més fortes perquè no podien fer front a les pèrdues que estaven sofrint degut al impagament dels crèdits que en temps de bonança econòmica es donaven a particulars i empreses amb no massa mesura. Al nostre entorn més proper, els bancs i les caixes que millor han sabut gestionar els seus riscos financers, són els que de moment han sobreviscut a aquesta crisi que a hores d'ara ens continua assetjant.

Una peça clau en la gestió dels riscos de crèdit és el *capital econòmic* que les entitats financeres guarden per cobrir pèrdues que potencialment es poden arribar a produir i que poden originar la caiguda sense recuperació de l'entitat, amb les corresponents conseqüències per l'estabilitat del sistema financer. Matemàticament, el capital econòmic no és més que un quantil, habitualment pròxim al 99.9%, de l'anomenada distribució de pèrdues d'una cartera de crèdit.

El que es proposa en aquest treball és estudiar els models financers que en l'actualitat es fan servir per descriure la fallida d'una empresa o d'un particular vinculant la qualitat de l'acreditat amb el moment del cicle econòmic que s'està vivint. Mitjançant simulacions de Monte Carlo trobarem la distribució de pèrdues d'una cartera creditícia i el valor màxim de pèrdues que pot tenir l'entitat en qüestió amb un nivell de confiança molt alt.

## REFERÈNCIES

- [1] Basel Committee on Banking Supervision (2006). *Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*.
- [2] E. Lütkebohmert (2009). *Concentration Risk in Credit Portfolios*.

### **Persona de contacte:**

Luis Ortiz Gracia

CRM

*lortiz@crm.cat*

## MÈTODES NUMÈRICS PER VALORAR OPCIONS FINANCERES.

Durant els últims anys, les entitats financeres han desenvolupat productes financers cada cop més complexos, responenent, és clar, a les necessitats cada cop més exigents dels inversors. Amb aquest propòsit sorgeixen els anomenats *derivats* i en particular les *opcions financeres*. Una opció és un contracte que dóna el dret al seu posseïdor de vendre o comprar un actiu a un preu prefixat en una data determinada. Si l'opció és de compra l'anomenarem *call option* i si és de venda *put option*. Al preu prefixat li direm *strike* i a la data en la qual expira el contracte *venciment*.

Imaginem-nos per exemple que tenim una *call* sobre una acció d'una empresa que avui dia cotitza en el mercat al voltant dels 10 euros. Suposem que el *strike* és 9 i que el venciment són sis mesos. Això ens està dient que tenim el dret (atenció: però no l'obligació!) de comprar dintre de sis mesos una acció d'aquesta empresa per 9 euros. L'estratègia sembla clara: si arribat el venciment el preu de l'acció en el mercat està per sobre del *strike*, llavors exercirem el nostre dret i comprarem per 9 una acció que ara val més. Si, pel contrari, el preu de mercat és inferior a 9, no exercirem aquest dret donat que podem comprar-la per menys directament al mercat. Què perdem doncs en aquest últim cas? El que perdem és la *prima* que hem pagat per adquirir l'opció de compra. I quant és aquesta prima? Com es calcula aquest preu?

La valoració es farà sota el conegut model de dinàmica de preus de Black-Scholes (BS). La proposta de treballés la següent:

- Aprendre la diferència entre opcions de tipus europeu i americà. Representació de la funció de *payoff*.
- Conèixer les fórmules tancades de BS per valorar opcions europees. Estudiar els paràmetres que intervenen en el preu i veure com varien els preus al variar els paràmetres.
- Valorar opcions europees mitjançant mètodes de Monte Carlo i arbres binomials. Comparar els preus amb les fórmules tancades.
- Conèixer alguns dels mètodes alternatius de valoració.

Les eines matemàtiques necessàries per aquest treball són les operacions matemàtiques bàsiques i el coneixement de la funció de densitat de probabilitat normal i el càlcul del valor esperat. Farem servir un full de càlcul per a les implementacions, tot i què existeix la possibilitat de programar els mètodes en algun llenguatge d'alt nivell.

#### REFERÈNCIES

- [1] R. Seydel. *Tools for Computational Finance*. Springer (2009).
- [2] P. Wilmott. *Paul Wilmott Introduces Quantitative Finance* (2007).

**Persona de contacte:**

Luis Ortiz Gracia

CRM

*lortiz@crm.cat*

### CÓM APILEM BOLES?

Comencem amb el problema simple següent

*Prenem una moneda de 50 cèntims, la pintem de color verd, i la posem en una taula. La pregunta és quin és el nombre màxim d'altres monedes de 50 cèntims que podem posar sobre la taula de tal manera que totes elles toquin la moneda verda.*

#### Solució:

Considerem dues monedes que alhora toquin la moneda verda en els punts  $A$  i  $B$ . Sigui  $O$  el centre de la moneda verda. Llavors les dues monedes en qüestió no tallen les altres si i només si l'angle entre  $OA$  i  $OB$  és menor o igual que  $\pi/3$  (veure figura 1). Com que l'angle complet és  $2\pi$  el màxim nombre de monedes és almenys  $2\pi/(\pi/3) = 6$ . A continuació veiem la disposició d'aquestes 6 monedes (vegeu figura 2). Els centres d'aquestes sis monedes formen un hexàgon regular.

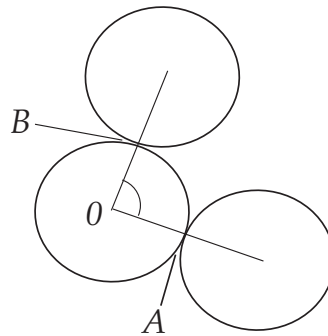


Figura 1:

Sorprenentment, un anàleg d'aquest problema en dimensió 3 va causar el desacord entre el famós Isaac Newton i David Gregory. La pregunta és: quin és el nombre màxim de boles de billar que poden al mateix temps tocar una bola de billar (verda) de la mateixa mida? Newton va pensar correctament que el nombre màxim és 12; Gregori va creure que una altra bola, la 13, podria encaixar. Aquest problema va ser rigorosament resolt només el 1953 per Schütte i van der Waerden [SW]. Una generalització d'aquest problema es pot trobar al llibre clàssic [CS]. A [BRV], hem provat una conjectura de Korevaar i Meyers relativa a la disposició òptima dels punts sobre l'esfera.



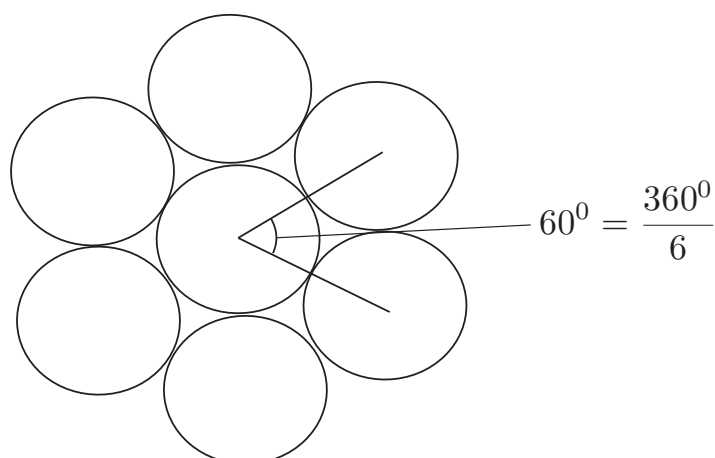


Figura 2:

Proposem el problema senzill següent:

### Problema 1.

Donada una moneda de 50 cèntims sobre la taula, quin és el nombre màxim de monedes de 10 cèntims d'euro que a la vegada poden tocar aquesta moneda (no es poden creuar entre sí, però poden entrar en contacte entre sí). Tingueu en compte que la moneda de 50 cèntims té un diàmetre de 24,2 mm i la de 10 cèntims té un diàmetre de 19.75 mm.

### REFERÈNCIES

- [BRV] A. Bondarenko, D. Radchenko, and M. Viazovska. *On optimal asymptotic bounds for spherical designs*, ArXiv:1009.4407v1 [math.MG].
- [CS] J. H. Conway and N. J. A. Sloane. *Sphere packings, lattices and groups.*, third edition, Springer, New York 1999. [SW]
- [SW] K. Schütte and B.L. van der Waerden. *Das Problem der dreizehn Zugen*, Math. Ann. 125 (1953), 325–334.

### Persona de Contacte:

Sergey Tikhonov

CRM–ICREA

*stikhonov@crm.cat*

## L'ESTADÍSTICA DE LA CONNECTIVITAT EN UNA XARXA NEURONAL.

El cervell és una xarxa de neurones. Els nostres moviments, la nostra percepció sensorial, fins i tot els nostres pensaments, totes aquestes coses depenen de l'activitat de neurones. Per això el gran repte de la neurociència és entendre *com* la conducta d'un animal, per exemple l'home, depèn de l'activitat neuronal.

Una manera d'investigar la relació entre conducta i activitat neuronal és fent experiments en els quals es mesura les dues coses alhora. Però aquest enfocament no és suficient. Per què? Si cada vegada que un animal fa un moviment veiem que hi ha una neurona que s'activa, podem dir que l'activitat d'aquesta neurona està relacionada amb el moviment. Potser fins i tot fent una anàlisi molt sofisticada podem determinar que la neurona ha *causat* el moviment. Però mai no podem saber *com* aquesta neurona ha generat el moviment. Per saber això necessitem una teoria de xarxes, perquè aquesta neurona no ha actuat sola. De fet, pertany a una xarxa i la seva activitat depèn de l'activitat de la xarxa sencera.

En el grup de neurociència computacional analitzem models de xarxes neuronals per entendre com funciona el sistema nerviós. Fem estudis matemàtics de aquests models i comparem els resultats amb dades experimentals.

Sabem molt poc sobre l'estructura de les connexions sinàptiques en circuits locals de neurones a l'escorça cerebral. Gairebé l'única cosa que podem dir és que la probabilitat  $p$  d'una connexió entre un parell de neurones és baixa, al voltant de 0.1. Atès això, la manera més raonable de construir un model d'una xarxa neuronal és suposant una connectivitat que només depengui d'aquest valor  $p$ . Aquest tipus de xarxa es diu d'"Erdős-Renyi"(ER). Calcularem diferents propietats d'una xarxa ER, per exemple la mitjana i la variància de "motifs" o patrons de connectivitat entre grups de neurones.

Per dur a terme aquest projecte el candidat haurà de disposar d'un coneixement bàsic de l'estadística i de la teoria de probabilitat.

### **Persona de contacte:**

Alexander Roxin

CRM

*aroxin@crm.cat*

## LA PERSISTÈNCIA I L'ESTABILITAT DEL SISTEMA HOSTE-PARÀSIT.

L'èxit d'una invasió d'una espècie (incloent un patògen que envaeix un únic hoste o una comunitat) i la idea de persistència pot ser matemàticament interpretada en termes d'estabilitat. Aquesta observació matemàtica motiva els estudis de l'estabilitat dels models de malalties infeccioses i dels models de la resposta immune. També condueix a la conclusió que la millor política d'intervenció en el cas d'una epidèmia és la creació de condicions que assegurin l'estabilitat global de l'estat d'equilibri sense infecció. Un objectiu d'aquest projecte és l'anàlisi dels models en epidemiologia matemàtica.

Val la pena esmentar que el mateix tipus de models matemàtics sorgeixen en altres aplicacions rellevants, com ara l'estabilitat i la sostenibilitat dels ecosistemes, el control de plagues, etc. Considerem la possibilitat d'estendre els resultats i mètodes també a aquestes àrees.

### REFERÈNCIES

- [1] R.M. May. *Non-linear phenomena in ecology and epidemiology*. Ann. N. Y. Acad. Sci. **357** (1980), 267–281.
- [2] Roy M. Anderson and R.M. May. *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*. Oxford University Press (1992).
- [3] Martin A. Nowak and R.M. May. *Virus dynamics: Mathematical principles of immunology and virology*. Oxford University Press (2001).

### **Persona de contacte:**

Andrei Korobeinikov

CRM

*akorobeinikov@crm.cat*

## EVOLUCIÓ MICROBIANA.

L'evolució microbiana és una línia d'importància cabdal, donat que la mutació i evolució microbianes són probablement els factors més importants responsables de l'aparició d'agents patògens i de les soques resistents als medicaments que frena el desenvolupament de medicaments i vacunes eficaces. A més, es creu que la dinàmica del VIH també està determinada principalment per la capacitat del VIH per evolucionar. La pregunta més natural sorgeix sobre el motor d'aquesta evolució. Altres preguntes són sobre el paper de la pressió immune en aquesta selecció natural i sobre els vincles entre l'evolució i el desenvolupament de la SIDA. Respondre a aquestes i altres preguntes permet predir millor l'aparició i propagació de mutacions de resistència als medicaments, així com l'impacte de la vacunació. Tenim la intenció de desenvolupar i estudiar models de la dinàmica de virus intra-i inter-amfitrió, on s'incorpora la possibilitat de mutacions aleatòries i d'evolució.

## REFERÈNCIES

- [1] R.M. May. *Non-linear phenomena in ecology and epidemiology*. Ann. N. Y. Acad. Sci. **357** (1980), 267–281.
- [2] Roy M. Anderson and R.M. May. *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*. Oxford University Press (1992).
- [3] Martin A. Nowak and R.M. May. *Virus dynamics: Mathematical principles of immunology and virology*. Oxford University Press (2001).

### **Persona de contacte:**

Andrei Korobeinikov

CRM

*akorobeinikov@crm.cat*