

Leyes de escala, universalidad y renormalización en la ocurrencia de los terremotos en espacio, tiempo y tamaño

Álvaro Corral

Departament de Física, Facultat de Ciències, Universitat Autònoma de Barcelona, E-08193 Bellaterra, Barcelona, Spain

The structure defined by the occurrence of earthquakes in space, time, and magnitude turns out to be very complex, organized in a self-similar hierarchy of scales. The distribution of times between consecutive earthquakes verifies a scaling law with a universal scaling function, independently on the tectonics and the size of the region and on the range of magnitudes studied. This property is equivalent to the invariance of seismicity under renormalization-group transformations, which suggests that the Earth crust would be in a critical state, analogous to those corresponding to second order phase transitions.

Introducción

Qué duda cabe que los terremotos son un interesante campo de estudio para la física [1,2]. En este artículo mostraremos que también lo son para la física estadística si nos preguntamos por la estructura de la ocurrencia de estos en espacio, tiempo y tamaño. Comenzando por el tamaño, es bien sabido desde los años 40 del pasado siglo que la magnitud los terremotos, en una región dada y en un intervalo de tiempo razonablemente largo, sigue una distribución exponencial,

$$D(M) \propto 10^{-bM} \quad (1)$$

lo que constituye la ley de Gutenberg-Richter [1,3], con M la magnitud, $D(M)$ su densidad de probabilidad y el valor de b próximo a 1, en general. Puesto que la ley indica que hay muchos más terremotos pequeños que grandes, podemos concluir que esta ley constituye una buena noticia.

Sin embargo, la magnitud no es una medida física del tamaño de un terremoto (no tiene unidades, por ejemplo); cuando usamos la relación entre la magnitud y la energía E radiada por las ondas sísmicas, $E \propto 10^{3M/2}$, o como es más

habitual, la relación con el momento sísmico [1,2] y transformamos la ley de Gutenberg-Richter para expresarla en función de la energía, obtenemos una ley de potencias,

$$D(E) = D(M) \frac{dM}{dE} \propto \frac{1}{E^{1+\beta}}, \quad (2)$$

donde $D(E)$ es la densidad de probabilidad de la energía y $\beta = 2b/3 \simeq 0,7$. La aparición de una ley de potencias tiene consecuencias imprevistas: no existe ningún tamaño característico en la ocurrencia de terremotos [2]. Así, si llegamos a un país y formulamos la inocente pregunta: “¿y cómo son de grandes los terremotos por aquí?”, esta no tiene ninguna respuesta posible.

Por si fuera poco, si calculamos la energía media radiada por un terremoto extrapolando la ley de Gutenberg-Richter, es fácil ver que esta resulta infinita; obviamente, la energía contenida en la Tierra es finita, y esta divergencia se debe entender como la imposibilidad de obtener la convergencia del valor medio a partir de los datos. Esencialmente, aunque los eventos grandes tengan poco peso estadístico (10^{-bM}), la energía que radian ($10^{3M/2}$) crece más rápido que este decaimiento y al final estos son los que se llevan el gato al agua en la liberación de energía. Por tanto, en conclusión, la ley de Gutenberg-Richter constituye una muy mala noticia, ya que aunque los terremotos grandes sean eventos muy raros, son los que determinan la disipación de energía en el sistema.

Es interesante intentar ir más allá de la ley de Gutenberg-Richter, preguntándonos si la sencilla proporción contenida en esta ley (unos 100 terremotos con $M \geq 5$ por cada 10 con $M \geq 6$ y por cada uno con $M \geq 7$, etc.) no es un reflejo de una auto-semejanza más profunda en la estructura de la sismicidad. Es decir, en una región dada ¿es equivalente 1 año de terremotos con $M \geq 5$ a 10 años con $M \geq 6$, o a 100 con $M \geq 7$? La respuesta a esta pregunta tendría importantes implicaciones para los estudios de riesgo sísmico.

En los últimos años el autor ha estudiado intensivamente esta cuestión, con resultados positivos. Primero, para analizar la estructura espacio-temporal de los terremotos conviene especificar cómo se manifiestan estos eventos en el espacio y en el tiempo. Ciertamente, un terremoto es un fenómeno muy complicado, iniciándose con una ruptura brusca en un punto de la corteza que se propaga como un pulso a gran velocidad (km/s) por un sistema de fallas, hasta distancias de hasta centenares de kilómetros, dando lugar a deslizamientos de hasta varios metros, modificando la estructura de fallas y generando ondas sísmicas que pueden hacer resonar nuestro planeta como una campana durante muchos días [1,2]. A pesar de esta gran complejidad, reduciremos un terremoto a nada más que 5 números: tiempo de inicio de la ruptura, o de ocurrencia, coordenadas del punto de inicio (o hipocentro), y una medida del tamaño del

evento, como puede ser la magnitud o la energía radiada. Ignoraremos otro parámetro importante como es el tensor de momento sísmico, que describe el mecanismo focal, es decir, la orientación de la ruptura. Conviene señalar que, en realidad, la identificación de terremotos individuales es hasta cierto punto una cuestión arbitraria: lo que podemos percibir como un único evento consta de subeventos menores superpuestos, como los análisis de los registros sismográficos demuestran.

Pese a esta drástica simplificación en la representación de un terremoto, veremos que el *proceso puntual* resultante retiene un alto grado de complejidad, con una organización jerárquica auto-semejante. El análisis de esta estructura muestra que está caracterizada por una aleatoriedad intrínseca, y por tanto, la sismicidad queda reducida a un *proceso puntual estocástico marcado* en 5 dimensiones, refiriéndose la marca a un distintivo de cada evento, en nuestro caso su tamaño.

Tiempos de recurrencia y leyes de escala

Siguiendo el punto de vista de Bak *et al.* [5] consideraremos la ocurrencia de terremotos como un único fenómeno a escala global, desde una perspectiva integradora u holística, y en contra de las aproximaciones reduccionistas tradicionales no separaremos réplicas de choques principales, ni tampoco aislaremos secuencias específicas de réplicas, ni nos centraremos en zonas sísmicas con características tectónicas particulares. Entenderemos la sismicidad como un fenómeno físico en sí mismo, que será nuestro objeto fundamental de estudio.

Dicho esto, consideraremos ventanas de observación arbitrarias en el tiempo, en el espacio, y en la magnitud. Esto no es sólo necesario por las limitaciones de los catálogos sísmicos, sino que es la esencia de nuestro procedimiento, que convierte los valores que definen estas ventanas en variables de un análisis sistemático. Una vez definida la ventana de estudio, es inmediato obtener los *tiempos de recurrencia* τ_i , definidos como los intervalos de tiempo entre terremotos consecutivos,

$$\tau_i \equiv t_i - t_{i-1}, \quad (3)$$

donde t_i denota el tiempo de ocurrencia del terremoto i , según su orden temporal.

Sorprendentemente, no existe una fenomenología coherente para una cantidad tan sencilla de obtener como el tiempo de recurrencia, y prácticamente todas las opciones tienen seguidores en la comunidad sismológica [3,6]. Por un lado, existe el mito de la ocurrencia periódica o cuasiperiódica de los grandes terremotos en ciertas fallas o segmentos, sostenida esencialmente en el concepto de ciclo sísmico que

resulta de la teoría del rebote elástico, o su versión moderna, la hipótesis del seismic gap o vacío sísmico. Esta visión coexiste en la literatura con la idea de que la ocurrencia de los seísmos principales es totalmente aleatoria e independiente, de tal forma que estos siguen un proceso de Poisson, según se deduce de la aplicación de complicados algoritmos para separar las réplicas y los posibles precursores de los seísmos principales.

En realidad, tanto la ocurrencia cuasiperiódica como la ocurrencia según un proceso de Poisson se antojan muy simples para un fenómeno tan complejo como los terremotos. Incluso la imagen del caos, también sugerida, resulta demasiado simplista para un sistema con tantos grados de libertad. La fenomenología que parece tener más soporte desde el punto de vista observacional es la del *clustering*, o agregación, en la que los eventos tienden a agruparse en el tiempo, formando *clusters* de terremotos [3]. Esta noción está en clara oposición con la imagen de la cuasiperiodicidad, constituyendo el proceso de Poisson un punto intermedio entre ambas.

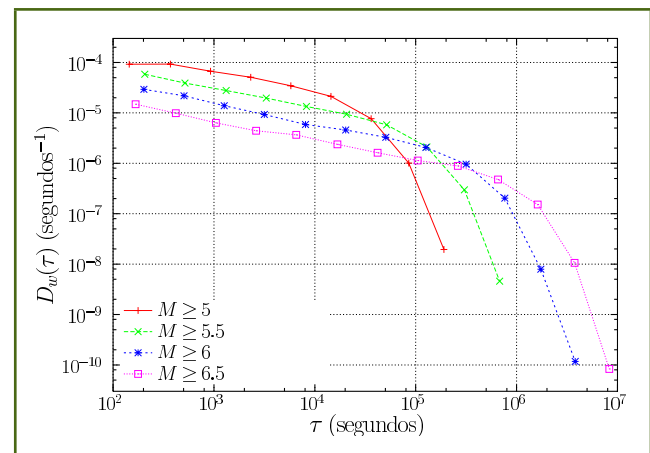


Figura 1. Densidades de probabilidad de los tiempos de recurrencia de los terremotos en todo el mundo, para diferentes valores de la magnitud. Datos del catálogo NEIC-PDE, de 1973 a 2002.

Nuestro análisis de los tiempos de recurrencia de la sismicidad mundial, entre los años 1973 y 2002, se muestra en la Fig. 1, concretamente la densidad de probabilidad de los tiempos de recurrencia para terremotos con magnitud M mayor que un cierto valor mínimo M_c , para diversos valores de M_c . Podemos observar primeramente cómo los tiempos de recurrencia presentan un amplio rango de variación, desde un par de minutos (tiempos menores no están incluidos en la gráfica debido a la incertidumbre de estos valores y a la incompletitud de los datos) hasta varios meses para $M \geq 6.5$. También podemos observar que las distribuciones para diferentes valores de M_c parecen muy similares en

forma (en escala logarítmica), aunque obviamente el rango es mayor cuanto mayor es M_c , debido a la disminución del número de eventos descrita por la ley de Gutenberg-Richter.

Esta aparente similitud entre las distribuciones sugiere realizar una sencilla transformación de escala de los ejes,

$$\begin{aligned} \tau &\rightarrow R_w \tau \\ D_w(\tau) &\rightarrow D_w(\tau) / R_w \end{aligned} \quad (4)$$

donde $D_w(\tau)$ es la densidad de probabilidad de los tiempos de recurrencia para diferentes ventanas w de observación, en este caso diferentes valores de la magnitud mínima M_c , y R_w es la tasa media de ocurrencia de terremotos en w , definida como el número de terremotos por unidad de tiempo, y que coincide con el inverso del tiempo de recurrencia medio. El papel de la transformación de escala es adimensionalizar el tiempo de recurrencia y su densidad de probabilidad, o dicho de otra manera, medirlos en unidades del tiempo medio (el tiempo) y de su inverso (la densidad).

La Fig. 2 muestra $D_w(\tau) / R_w$ frente a $R_w \tau$ para los cuatro casos analizados en la figura previa. Se ve claramente cómo las cuatro distribuciones reescaladas colapsan en una única curva, que llamaremos f , y por lo tanto podemos establecer la existencia de una *ley de escala* [7],

$$D_w(\tau) = R_w f(R_w \tau) \quad (5)$$

donde el punto clave es que la función f , la *función de escala*, es independiente de w , esto es, de la magnitud mínima fijada M_c . Notemos que la función de escala es la densidad de probabilidad correspondiente al tiempo adimensionalizado $\theta \equiv R_w \tau$, cuya media ha de verificar $\bar{\theta} \equiv 1$. Podríamos haber llegado a la ecuación anterior (5) por argumentos de escala, pero el hecho de que la función de escala sea la misma en cada caso sólo se puede justificar por la auto-semejanza de la sismicidad en el dominio magnitud-tiempo.

Si recordamos la ley de Gutenberg-Richter, Ecs. (1) y (2), es inmediato deducir que $R_w \propto 10^{-bM_c} \propto 1/E^\beta$ y por tanto la ley de escala se puede escribir de la forma

$$D_w(\tau) = \frac{1}{E^\beta} \hat{f}\left(\frac{\tau}{E^\beta}\right) \quad (6)$$

donde \hat{f} es esencialmente la función de escala f con las constantes de proporcionalidad incorporadas. Es fácil ver de esta manera que la ley de Gutenberg-Richter está contenida en la ley de escala para los tiempos de recurrencia, pero esta última es más general, ya que implica que la ley de Gutenberg-Richter se verifica para cualquier intervalo de tiempo, si los tiempos se seleccionan de la manera adecuada.

Concretando con un ejemplo, si para todo el mundo contamos el número de terremotos con $M \geq 5,5$ que se dan con un tiempo de recurrencia $\tau \geq 10^5$ segundos y comparamos con el número de terremotos con $M \geq 6,5$ en el mismo intervalo de tiempos de recurrencia, los valores que se obtienen no tienen nada que ver con la ley de Gutenberg-Richter; sin embargo, si cambiamos el intervalo para $M \geq 6,5$ a $\tau \geq 10^6$ s, entonces la razón del número de eventos en cada intervalo de magnitud y tiempo será aproximadamente 10, coincidiendo con el valor dado por Gutenberg y Richter.

Abordemos ahora la forma de la función de escala f . La Fig. 2 muestra un comportamiento lineal decreciente seguido de un decaimiento más rápido para tiempos de recurrencia grandes; como la escala es doblemente logarítmica, esto se traduce en un decaimiento potencial que evoluciona hasta un decaimiento exponencial o similar. Una buena candidata a ajustar este comportamiento es la llamada distribución gamma generalizada,

$$f(\theta) = \frac{C|\delta|}{a\Gamma(\gamma/\delta)} \left(\frac{\theta}{a}\right)^{\gamma-1} e^{-(\theta/a)^\delta}, \quad \text{para } \theta > \theta_{\min} \geq 0 \quad (7)$$

(donde $\Gamma(\gamma/\delta)$ es la función gamma). Esta parametrización permite una forma muy general para la función de escala, controlada por dos parámetros de forma, γ y δ (que han de tener el mismo signo). Por ejemplo, están englobadas las distribuciones gamma, la *stretched exponential* o exponencial estirada (o contraída, incluyendo la semi-gaussiana), la de Weibull (que incluye la de Rayleigh), la de Maxwell, y la distribución de tiempos de retorno de una *random walk* (camino aleatorio). Cuando $\gamma/\delta \rightarrow \infty$ la distribución tiende a una lognormal, y por supuesto, $\gamma = \delta = 1$ conduce a la distribución exponencial, la marca característica del importantísimo proceso de Poisson. La constante C es una corrección de normalización ($C \neq 1$), debido a que el ajuste no siempre es válido hasta $\theta \rightarrow 0$, sino sólo para $\theta > \theta_{\min}$; por último, a es el parámetro de escala (adimensional en nuestro caso) y se puede obtener usando que el valor medio $\bar{\theta}$ de $\theta \equiv R_w \tau$ está forzado a valer 1 por el escalado con R_w ; si $\theta_{\min} = 0$, entonces,

$$1 \equiv \bar{\theta} = a \frac{\Gamma\left(\frac{1+\gamma}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)}, \quad (8)$$

para $\gamma > 0$ y $\delta > 0$, o para $\gamma < -1$ y $\delta < 0$ (fuera de este rango la media es infinita y la tasa de ocurrencia cero, con lo cual el escalado propuesto no estaría definido).

Un ajuste de la función de escala (7) a los datos reescalados presentados en la Fig. 2 muestra que el parámetro δ es muy próximo a 1, de tal forma que la diferencia no se considera significativa y podemos imponer directa-

mente a priori $\delta \equiv 1$, resultando así el ajuste una distribución gamma. Esta función tiene la ventaja de que la cola correspondiente a tiempos largos es exponencial, y por tanto relacionada con un proceso de Poisson en ese límite. Además, la función gamma contempla los dos casos antagónicos de la cuasiperiodicidad y del *clustering*; el primero viene dado por $\gamma > 1$, para el que la función presenta un máximo, mientras que el segundo se caracteriza por $\gamma < 1$, ya que da mayor probabilidad de recurrencia para tiempos cortos, en comparación con el proceso de Poisson ($\gamma = 1$). Los parámetros de ajuste finalmente resultantes son $\gamma \simeq 0,7 \pm 0,05$ y $a \simeq 1,4 \pm 0,15$, con $\gamma a \simeq 1$, lo que se traduce en que el decaimiento potencial tiene un exponente $1 - \gamma \simeq 0,3$. Por tanto, a escala mundial el *clustering* caracteriza a la sismicidad. Esto tiene consecuencias paradójicas en el tiempo esperado en un momento dado hasta el siguiente terremoto, que en lugar de disminuir aumenta con el tiempo transcurrido, de tal forma que *cuanto más tiempo se lleva esperando un terremoto, más tiempo quedará por esperar*.

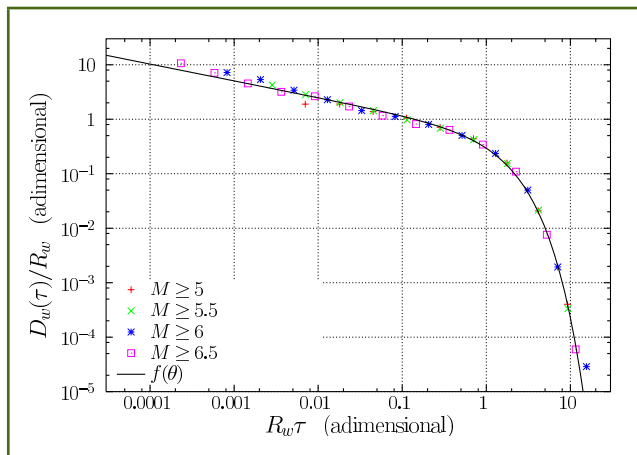


Figura 2. Densidades correspondientes a la figura anterior reescaladas con la tasa de ocurrencia. El colapso de datos es indicativo de scaling; la curva continua es el ajuste de una distribución gamma a las densidades reescaladas.

Universalidad de la ley de escala

El estudio que hemos presentado para la sismicidad mundial puede ser extendido a catálogos regionales o locales. Estos tienen la ventaja de que al estar restringidos a una zona limitada, permiten contar con una red de observación sísmica más densa, y por tanto la detección de eventos mucho más pequeños.

Tal es el caso de California del Sur. Ahora bien, si comparamos la sismicidad de esta zona con la sismicidad mundial en su conjunto, aparece una diferencia notable: mientras que la sismicidad mundial es estacionaria, en el sentido de que la

tasa de ocurrencia es aproximadamente constante a lo largo del tiempo (al menos para el periodo que hemos estudiado, de 1973 al 2002, con unos 10 terremotos al mes para $M \geq 6$), en el caso de California la ocurrencia de terremotos es claramente no estacionaria, ya que la tasa de ocurrencia presenta grandes variaciones temporales. Esto es debido a la existencia de grandes terremotos, que incrementan bruscamente la actividad sísmica mediante la producción de importantes secuencias de réplicas. Aunque obviamente a nivel mundial esto también ocurre, las diferentes secuencias de réplicas están superpuestas para dar una tasa de ocurrencia total prácticamente constante.

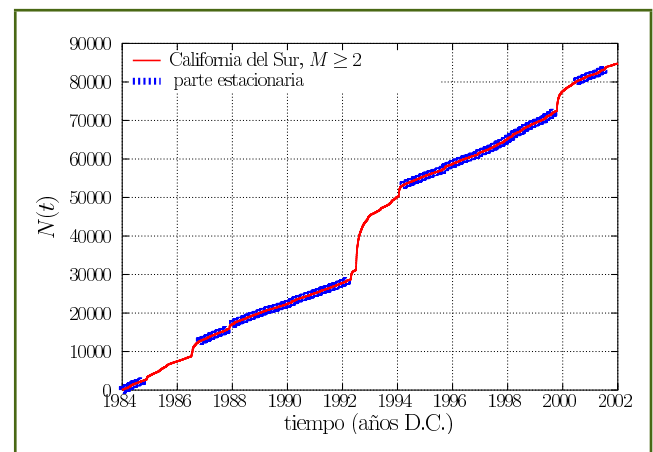


Figura 3. Número acumulado de terremotos en función del tiempo para California del Sur, desde 1984 hasta 2001. Los intervalos marcados por trazo grueso se pueden considerar estacionarios, y en ellos centraremos nuestra atención inicialmente.

Sin embargo, una inspección de la Fig. 3 muestra que la no estacionaridad convive con intervalos de tiempo estacionarios, caracterizados por un incremento lineal del número acumulado de terremotos respecto al tiempo, y marcados de manera especial en la figura. Restringiendo en principio el estudio de los tiempos de recurrencia a estos intervalos estacionarios, se obtienen las distribuciones que, reescaladas, aparecen en la Fig. 4.

El parecido con las distribuciones correspondientes a la sismicidad mundial (Fig. 2) es aparente, y queda confirmado al comparar con la función de escala obtenida en ese caso, que ajusta razonablemente bien los datos de California. El mismo análisis se ha repetido para el régimen estacionario de la sismicidad de otras regiones, como Japón, la península Ibérica, Nueva Zelanda, Gran Bretaña y Nuevo Madrid (EEUU), con idénticas conclusiones, como en parte se muestra en la Fig. 5 para áreas diversas y diferentes magnitudes mínimas. Nótese que el tamaño de las regiones va desde 0.16° (menos de 20 km) a todo el mundo (20000 km), y las magnitudes

mínimas M_c de 1,5 a 7,5 (no en la gráficas), lo que equivale a un factor 10^9 en la mínima energía radiada.

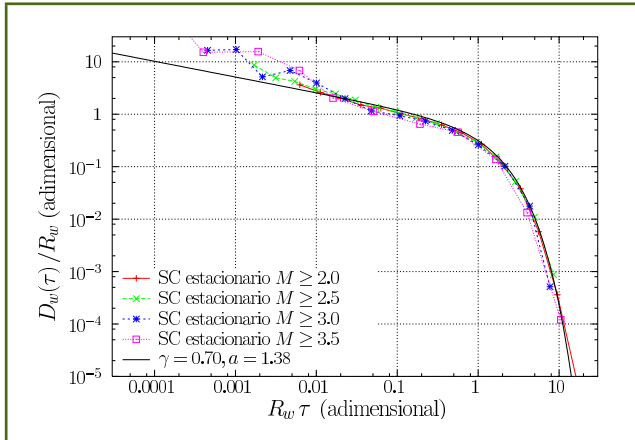


Figura 4. Densidades de probabilidad reescaladas del tiempo de recurrencia para periodos estacionarios en California del Sur (SC) y para diferentes rangos de magnitud. La función de escala es la misma que para el caso mundial.

El hecho de que regiones con propiedades tectónicas tan diferentes como estas verifiquen la misma ley de escala, con la misma función de escala, se puede denotar como *universalidad* (en el mismo sentido que en física estadística).

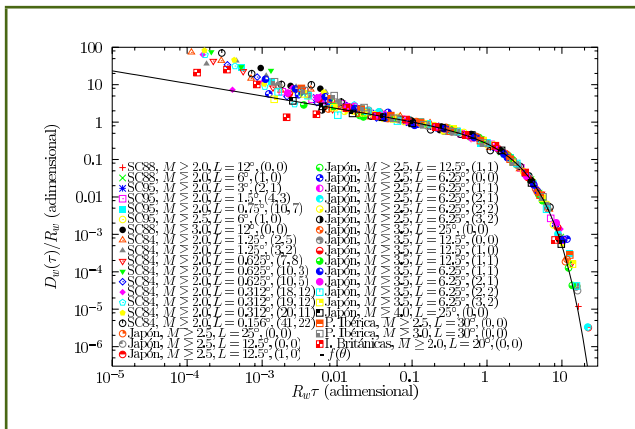


Figura 5. Igual que la figura anterior, para diferentes regiones en California (SC), Japón, península Ibérica e Islas Británicas, para diferentes magnitudes también. La función de escala sigue siendo la misma. Las desviaciones para tiempos cortos, por debajo de $R_w \tau \approx 0,01$, son debidas a la estacionariedad no completa de la sismicidad en esos casos: pequeñas secuencias de réplicas hacen aumentar repentinamente la tasa de ocurrencia, incrementando el número de tiempos de recurrencia cortos.

Por tanto, la ley de escala para las distribuciones de tiempos de recurrencia, Ec. (5), con f dada por la Ec. (7) y $\gamma \approx 0,7$,

$a \approx 1.4$ y $\delta \approx 1$, es válida no sólo para diferentes magnitudes mínimas M_c sino también para diferentes regiones espaciales (y a ambas alude el subíndice w), siempre que la sismicidad sea estacionaria.

Hasta ahora nos hemos concentrado en este caso, pero ya hemos visto que no siempre la sismicidad es estacionaria. En concreto, inmediatamente después de un terremoto grande la sismicidad aumenta bruscamente en una cierta región alrededor del hipocentro del terremoto original, para a continuación comenzar a decaer lentamente, según marca la ley de Omori (modificada),

$$r(t) = \frac{r_0}{(1 + ct)^p}, \quad (9)$$

donde t es el tiempo medido desde el terremoto original y $r(t)$ es la tasa de ocurrencia instantánea, definida como el número de terremotos por unidad de tiempo (calculada en un intervalo temporal relativamente corto); la constante r_0 y en menor grado c dependen de la magnitud del terremoto original, mientras que el exponente p es cercano a 1. Ha de quedar claro que para $t \gg c^{-1}$ la ley de Omori nos dice que el decaimiento será según una ley de potencias

$$r(t) \propto \frac{1}{t^p}, \quad (10)$$

que es el régimen habitual de estudio.

Es notable que la ley de escala (5) sigue siendo válida aunque la sismicidad no sea estacionaria, ahora bien, la función de escala es diferente a la del caso estacionario, ya que si bien las distribuciones son ajustadas bien por una distribución gamma, los parámetros de ajuste son ciertamente diferentes. Sin embargo, si transformamos de una manera no lineal el eje temporal, de tal forma que el tiempo de recurrencia se reescale como $\tau_i \rightarrow \theta_i \equiv r(t_i)\tau_i$ entonces el nuevo tiempo adimensionalizado θ_i sigue una distribución que verifica la ley de escala universal del caso estacionario. Nótese que en realidad el papel del nuevo reescalado es convertir el proceso en estacionario.

Por último, es sorprendente señalar que recientemente se ha propuesto que la ley de escala (5), con los mismos valores de los parámetros ya citados, describe la dinámica temporal de las nano fracturas en un detector criogénico de zafiro a temperaturas de unos 10 mK [9]. Este descubrimiento fue realizado accidentalmente como parte del proyecto CRESST de búsqueda de materia oscura en el laboratorio del Gran Sasso. En este caso estamos hablando de rupturas que pueden involucrar sólo unos centenares de enlaces covalentes. La enorme diferencia de escalas entre las nano fracturas y los terremotos, así como entre la homogeneidad del monocristal y la heterogeneidad del material de la corteza terrestre hace aún más sorprendente la universalidad de la ley de escala (5).

Leyes de escala, transformaciones del grupo de renormalización y correlaciones

Es fácil darse cuenta que el análisis que hemos efectuado de la sismicidad es análogo a una transformación del grupo de renormalización, y por tanto la existencia de una ley de escala implica la invarianza de la sismicidad bajo estas transformaciones [10]. En primer lugar, el hecho de cambiar el valor de la magnitud mínima M_c , incrementándola, constituye una *diezmación* de la sismicidad, donde se eliminan los eventos de magnitud menor que M_c , reduciéndose el número de grados de libertad del sistema. Desde el punto de vista de los procesos estocásticos, este procedimiento es llamado *thinning* (adelgazamiento), y es similar en espíritu a la eliminación de espines que se realiza en el grupo de renormalización en el espacio real, pensando por ejemplo en el modelo de Ising. A continuación, la transformación de escala, que reescala el eje temporal por un factor R_w , es análoga al reescalado espacial usual del grupo de renormalización, esencial para comparar el sistema resultante con el sistema original.

La Fig. 6 ilustra esta transformación para terremotos a escala mundial. Comienza (arriba) con eventos de magnitud mayor o igual a 5 en un año (1990). El siguiente gráfico muestra la sismicidad resultante cuando la mínima magnitud se eleva a 6 (sólo sobreviven una décima parte de los eventos, aproximadamente). Finalmente, el gráfico inferior muestra el reescalado temporal, pasando de 1 a 10 años (1990-1999), de tal forma que el número de eventos sea del mismo orden que en el gráfico original. El parecido entre ambos gráficos es un indicio de la auto-semejanza del proceso, que queda confirmada al estudiar las probabilidades de los tiempos de recurrencia en cada caso, tal como se mostró en la sección anterior. Esto indica cómo la sismicidad está organizada jerárquicamente, presentando la misma estructura en diferentes escalas de observación

Es muy remarcable que la sismicidad sea invariante bajo transformaciones del grupo de renormalización, ya que la situación habitual es que las distribuciones cambien bajo transformaciones de este tipo y sólo una distribución particular constituye el punto crítico de la transformación. Por analogía con los fenómenos críticos de equilibrio, nos debemos preguntar si la sismicidad no está en un estado crítico [4].

Se puede demostrar que para un *renewal process* (proceso de renovación, definido por tiempos de recurrencia idénticamente distribuidos e independientes), donde las magnitudes sean también independientes, la transformación que hemos ilustrado gráficamente toma la forma matemática [10]:

$$\mathfrak{S}[D_w(s)] = \frac{pD_w(ps)}{1 - qD_w(ps)}, \quad (11)$$

donde la variable s denota que hemos pasado la densidad de probabilidad D_w al espacio de Laplace (convirtiéndola por

tanto en una función generatriz $D_w(s) \equiv \int_0^\infty e^{-s\tau} D_w(\tau) d\tau$, mientras que p es la probabilidad de que un evento sobreviva a la diezmación, esto es, la probabilidad de que su magnitud esté por encima del segundo valor mínimo (ejemplo, $M'_c = 6$) dado que estaba por encima del primero (o sea, $M_c = 5$). Según la ley de Gutenberg-Richter, $p = 10^{-b(M'_c - M_c)}$; además, $q \equiv 1 - p$.

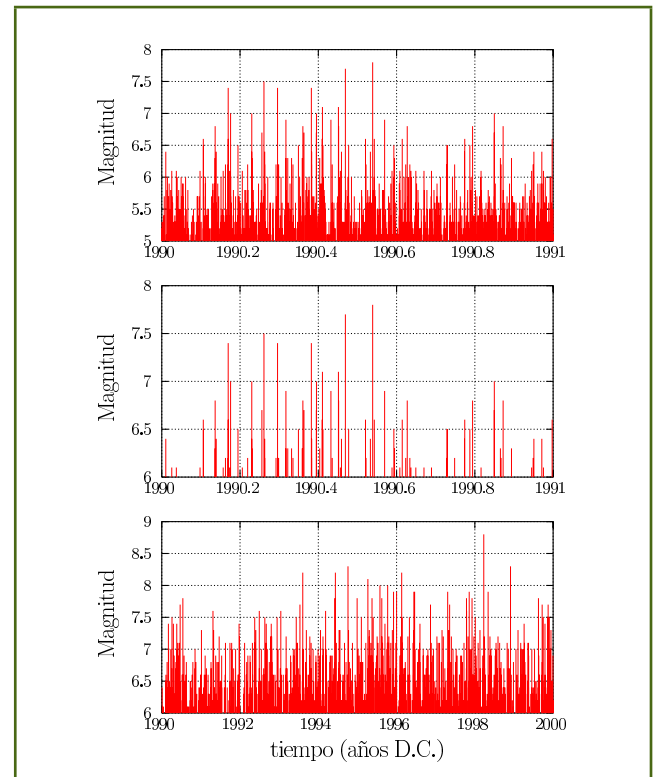


Figura 6. Magnitud de los terremotos en todo el mundo frente a su tiempo de ocurrencia, para diferentes ventanas en la magnitud ($M \geq 5$ o $M \geq 6$) y en el tiempo (1990 ó 1990-1999). La semejanza entre la primera y última figura es una indicación de invarianza de escala. El proceso ilustra la esencia de una transformación de renormalización.

La única solución a la ecuación de punto fijo de la transformación, $\mathfrak{S}[D_w(s)] = D_w(s)$, viene dada por la distribución exponencial, $D_w(s) = R_w / (R_w + s)$, correspondiente a $\delta = \gamma = 1$ en la Ec. (7) y característica del proceso de Poisson. Así, ningún proceso de renovación puede dar cuenta de la ley de escala observada para los tiempos de recurrencia de los terremotos, excepto el caso trivial dado por el proceso de Poisson.

Sin embargo, el análisis de los datos observacionales muestra fuera de toda duda que la distribución de los tiempos de recurrencia no es exponencial, y por tanto las correlaciones en la sismicidad (entre tiempos de recurrencia y magnitudes)

juegan un papel fundamental para fijar la forma de esta distribución.

Estudiando densidades de probabilidad condicionadas se puede establecer la dependencia, o las correlaciones (no lineales, en general) entre estas variables. Los resultados se pueden resumir diciendo:

- Que los tiempos de recurrencia dependen tanto de los tiempos de recurrencia como de las magnitudes anteriores, con correlación positiva y negativa, respectivamente. Esto significa que tiempos de recurrencia pequeños y magnitudes grandes tienden a ser seguidos por tiempos de recurrencia también pequeños, y recíprocamente.
- La magnitud parece ser independiente de la historia del proceso, es decir, no dependería ni de los tiempos de recurrencia ni de las magnitudes anteriores, al menos significativamente. Así que cuando se inicia un terremoto, su magnitud está indeterminada a partir de la historia del proceso, de tal forma que podemos establecer que *un terremoto no sabe cuán grande será* [11]. Por lo tanto, para que los terremotos estén distribuidos según la ley de Gutenberg-Richter (una ley de potencias en la energía), el proceso de reacción en cadena que los constituye ha de estar en todo momento descrito por un proceso de ramificación crítico. Esta es una importante conexión entre los terremotos y la noción de criticidad auto-organizada, aunque actualmente está sujeta a un importante debate.

Discusión: implicaciones en la enseñanza

Las ideas involucradas en el análisis presentado de la estructura de la sismicidad son sencillas, y se basan en conceptos muy fundamentales, principalmente la noción de densidad de probabilidad y la de *scaling*, y alguna otra un tanto más sofisticada, en principio, como la de renormalización.

Nuestro estudio ilustra cómo caracterizar las distribuciones de probabilidad, usando, además de la densidad de probabilidad, otras funciones útiles como la tasa de riesgo, o el tiempo de espera residual medio, que muestra un interesante comportamiento aparentemente paradójico, sin olvidar las distribuciones condicionadas. Hay que decir que a pesar de su importancia estas ideas no son bien conocidas por los estudiantes de la licenciatura de física.

El tratamiento de la probabilidad es muy variado en los diferentes planes de estudio, no estando bien establecida como asignatura, en general. Sin embargo, tanto la probabilidad como la estadística se nos antojan herramientas cada vez más necesarias en el bagaje del físico, dada la ingente cantidad de datos recopilados en grandes proyectos, no sólo en física sino también en geociencia o en biología: los físicos no pueden estar en desventaja frente a otros titulados. Yendo más allá podemos aprovechar una frase de Jaynes: *un científico que ha aprendido cómo usar la teoría de la probabilidad directamente como lógica extendida tiene una gran ventaja en*

potencia y versatilidad sobre otro que ha aprendido sólo una colección de estrategias ad hoc no relacionadas entre sí.

Los conceptos de *scaling* y universalidad, de gran importancia en el estudio de los fenómenos críticos durante el siglo XX, pueden ser de gran utilidad en otros campos, como hemos visto, proporcionando el problema de la ocurrencia de los terremotos un ejemplo particularmente asequible para ilustrarlos. En la misma línea, la idea de la renormalización, aunque suele ir acompañada de un cierto halo de dificultad, se presenta en este artículo de una manera simple, tal como es en el fondo, al menos conceptualmente.

Estas nociones de la física estadística, y otros como por ejemplo la de difusión y los caminos aleatorios [12], pueden ser aplicados al estudio de sistemas muy diversos, como otros desastres naturales [13], anomalías meteorológicas [14], series de indicadores financieros [15], sistemas biológicos pulsantes o comportamiento humano.

Referencias bibliográficas

- [1] H. KANAMORI Y E. E. BRODSKY. *The physics of earthquakes*. Physics Today, 54 (6): 34-40, 2001
- [2] H. KANAMORI Y E. E. BRODSKY. *The physics of earthquakes*. Rep. Prog. Physics, 67:1429-1496, 2004.
- [3] Y. Y. KAGAN. *Observational evidence for earthquakes as a nonlinear dynamic process*. Physica D, 77:160-192, 1994.
- [4] P. BAK. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. Copernicus, New York, 1996.
- [5] P. BAK, K. CHRISTENSEN, L. DANON, Y T. SCANLON. *Unified scaling law for earthquakes*. Phys. Rev. Lett., 88:178501, 2002.
- [6] F. MULARGIA Y R. J. GELLER, EDITORES. *Earthquake science and seismic risk reduction*. Kluwer, Dordrecht, 2003.
- [7] A. CORRAL. *Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes*. Phys. Rev. Lett., 92:108501, 2004.
- [8] A. CORRAL. *Time-decreasing hazard and increasing time until the next earthquake*. Phys. Rev. E., 71:017101, 2005.
- [9] J. ASTRÖM ET AL. *Fracture processes observed with a cryogenic detector*. Phys. Lett., A, 356:262-266, 2006.
- [10] A. CORRAL. *Renormalization-group transformations and correlations of seismicity*. Phys. Rev. Lett., 95:028501, 2005.
- [11] A. CORRAL. *Comment on "Do earthquakes exhibit self-organized criticality?"*. Phys. Rev. Lett., 95:159801, 2005.
- [12] A. CORRAL. *Universal earthquake-occurrence jumps, correlations with time, and anomalous diffusion*. Phys. Rev. Lett., 97:178501, 2006.
- [13] M. BAIESI, M. PACZUSKI Y A. L. STELLA. *Intensity thresholds and the statistics of the temporal occurrence of solar flares*. Phys. Rev. Lett., 96:051103, 2006.
- [14] A. BUNDE, J. F. EICHNER, J. W. KANTELHARDT Y S. HAVLIN. *Long-term memory: a natural mechanism for the clustering of extreme events and anomalous residual times in climate records*. Phys. Rev. Lett., 94:048701, 2005.
- [15] K. YAMASAKI, L. MUCHNIK, S. HAVLIN, A. BUNDE Y H. E. STANLEY. *Scaling and memory in volatility return intervals in financial markets*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 102:9424-9428, 2005.