Física estadística dels fenòmens catastròfics

Álvaro Corral

Departament de Física. Universitat Autònoma de Barcelona

INTRODUCCIÓ

Són els desastres naturals esdeveniments excepcionals? Correspon la seva ocurrència a la resposta extrema d'un sistema sotmès a tensions colossalment grans? Intentarem justificar que la contestació a aquestes preguntes és negativa, i que la física de les grans catàstrofes és la mateixa que la dels esdeveniments *de cada dia*, només que a una escala diferent. A més, no podrem establir una separació d'aquests fenòmens en funció de la seva grandària, sinó que hi haurà tot un continu d'escales però sempre governades per la mateixa física.

Començarem amb un estudi detallat dels terratrèmols, amb una perspectiva integradora o holística, en contraposició a l'enfocament reduccionista habitual, per al qual no hi ha dos terratrèmols iguals i cada terratrèmol és un objecte únic d'estudi. Veurem que és possible entendre l'estructura formada per l'ocurrència de terratrèmols com un fenomen col·lectiu en si mateix, des de la perspectiva de la ciència dels sistemes complexos.

El cas dels terratrèmols servirà per il·lustrar les idees de la teoria de la criticalitat autoorganitzada, on el sistema, l'escorça terrestre en aquest cas, es troba en un estat crític, anàleg a una sèrie de peces de dominó, però a diferència amb el joc habitual, quan cau la primera peça no se sap el que passarà amb la segona, i molt menys amb les següents. Aquest estat tan particular s'assoleix mitjançant un procés d'autoorganització, exemplificat per la metàfora d'una pila de sorra. Si la pila conté poca sorra, aquesta creixerà i augmentarà el seu pendent; si la pila conté massa sorra, una gran allau s'emportarà la sorra sobrant i el pendent disminuirà, arribant-se en tots dos casos a l'estat crític.

Mostrarem que diversos fenòmens naturals, com ara les erupcions volcàniques, les allaus de roques, els incendis forestals, la pluja o les extincions d'espècies s'adapten a aquest perfil, però també fenòmens no tan naturals, com les caigudes de la borsa. Aquesta exposició conclourà amb les peculiars propietats temporals de l'ocurrència de terratrèmols, on cada esdeveniment contribueix a formar una estructura altament orquestrada, d'igual manera que la successió al temps dels sons produïts per diferents instruments musicals pot donar lloc a una simfonia. És un problema obert verificar si altres desastres naturals presenten propietats temporals similars.

1. PROPIETATS COL·LECTIVES DELS TERRATRÈMOLS

Un terratrèmol és un fenomen d'una gran complexitat, on la ruptura sobtada en un punt de l'escorça és propaga a gran velocitat per un sistema de falles fins a distàncies de potser centenars de quilòmetres, donant lloc a lliscaments de fins a uns quants metres i generant ones sísmiques que poden fer ressonar el planeta com una campana durant molts dies. Els terratrèmols més grans poden donar lloc a molts estudis científics, i a un bon nombre d'articles en les prestigioses revistes *Nature* i *Science*. Malgrat tot això, reduirem aquesta complexitat a 5 numerets: el temps d'inici, les coordenades de l'hipocentre (l'origen de la ruptura, 3 numerets) i la grandària de l'esdeveniment, mesurada per la magnitud.

Un estudi estadístic de la magnitud dels terratrèmols podria contestar la pregunta més important sobre l'ocurrència d'aquests: com de gran serà un terratrèmol? Els anys quaranta del segle passat Gutenberg i Richter van trobar una llei molt senzilla, que ara porta el seu nom, i que relaciona la grandària dels terratrèmols amb la seva freqüència: si per a una regió donada i per a un interval de temps suficientment gran comptem el nombre de terratrèmols, podem veure que, aproximadament, per cada terratrèmol de magnitud 8 tenim en mitjana 10 terratrèmols de magnitud 7, 100 terratrèmols de magnitud 6, 1.000 terratrèmols de magnitud 5, etc. Tècnicament això constitueix una llei exponencial, que podem escriure com

$$N = N_0 \cdot 10^{-bM},$$

on M és la magnitud, N el nombre de terratrèmols, N_0 l'hipotètic nombre de terratrèmols per a magnitud zero i b és aproximadament igual a 1. Les propietats especials de la funció exponencial fan que sigui equivalent comptar el nombre de terratrèmols d'una magnitud donada o el nombre de terratrèmols per sobre d'aquesta magnitud. La figura 1 mostra el nombre anual de terratrèmols en tot el món amb magnitud més gran o igual a M, per tant, amb 10.000 esdeveniments a l'any amb $M \geq 4$ garantim que els terratrèmols són un fenomen *de cada dia*. I si extrapolem la llei per a $M \geq 2$, encara més, ja que obtenim un milió d'ocurrències a l'any. La línia recta de les dades amb l'eix vertical logarítmic és la indicació del comportament exponencial, que per la seva simplicitat implica la unitat entre esdeveniments quotidians i esdeveniments extrems catastròfics.

Tothom estarà d'acord que podem estar relativament contents amb aquesta llei: hi han molts terratrèmols petits i molt pocs de grans. Particularitzant a Catalunya, en un

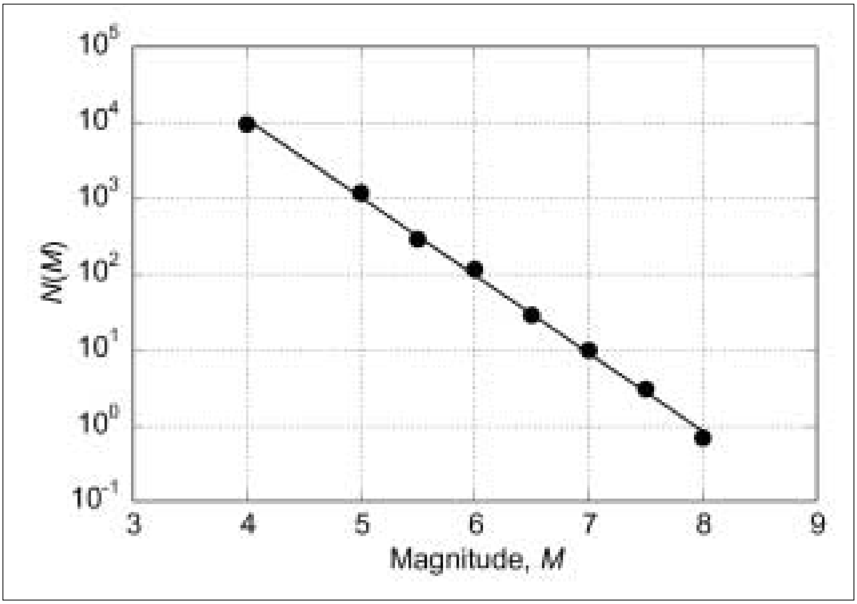

Figura 1. Nombre de terratrèmols anuals en tot el món amb magnitud més gran o igual a M. El decaïment exponencial observat correspon a la llei de Gutenberg-Richter. Les dades per a $M = 4$ i 5 han estat obtingudes per als anys 1995-1999, les de M entre 5,5 i 7,5 per a 1976-2000 i les de $M = 8$ per a 1904-1980. Per a magnituds mínimes més grans de 8 l'estadística és baixa i els resultats presenten una gran incertesa (i, a més, les mesures de la magnitud no són fiables). Per a magnituds menors de 4 les dades a escala mundial no són completes. Fem notar que de magnitud 4 a magnitud 8 hi ha un factor un milió a l'energia alliberada.

[Kanamori i Brodsky, Rep. Prog. Phys. 67, 1429 (2004)]

any tenim en valor mitjà (i arrodonint els números) 1 terratrèmol amb $M \geq 4$, 10 amb $M \geq 3$, i uns 100 amb $M \geq 2$. Extrapolant la llei per a terratrèmols grans tindríem 1 terratrèmol amb $M \geq 5$ cada 10 anys, 1 amb $M \geq 6$ cada 100 anys, i així successivament. A hores d'ara, a causa del relativament curt temps de registre existent, no està clar fins a on podem extrapolar la llei de Gutenberg-Richter.

Així, la llei de Gutenberg-Richter deixa clar que la magnitud segueix una distribució exponencial, però què és exactament la magnitud? La primera definició, donada pel propi Richter el 1935, és un xic arbitrària: és el logaritme decimal de la màxima amplitud (mesurada en micres) de les ones sísmiques registrades en un cert tipus de sismògraf situat a Califòrnia a 100 km de l'epicentre del terratrèmol (naturalment, l'escala es pot adaptar a d'altres regions del planeta i el factor distància es pot generalitzar si sabem com s'atenuen les ones sísmiques). La següent taula mostra la relació empírica entre la magnitud i els màxims efectes provocats per un terratrèmol (entre parèntesi figura la màxima intensitat percebuda corresponent, segons l'escala Mercalli):

M	*Danys*
2	No percebut o percebut per poques persones en pisos alts (I-II)
3	Vibració com un camió, percebut a l'exterior (III-IV)
4	Finestres trencades, rellotges de pèndol parats (V)
5	Xemeneies trencades, gent sortint al carrer (VI-VII)
6	Danys considerables als edificis (VIII)
7	Fractures al terra, vies de tren tortes (IX-X)
8	Destrucció quasi total, ones visibles al terra (XI)

Font: Turcotte i Schubert, Geodynamics, Cambridge Univ. Press (2002) i Bolt.

A l'autor d'aquest text li agradaria especialment poder veure el terra ondulant com si fos el mar, i, si no és massa demanar, poder explicar-ho. El que sí es veu a la taula és com l'increment en una unitat de la magnitud provoca un augment considerable en les destrosses; de tota manera, com que la magnitud no té dimensions (o sigui, unitats físiques), sembla clar que necessitem una mesura més física de la grandària d'un terratrèmol, i res millor que fer servir l'energia alliberada. Es pot estimar que la relació entre la magnitud i l'energia E alliberada per les ones sísmiques és exponencial, en concret,

$$E = 60.000 \text{ Joules} \cdot 10^{1,5\,M},$$

la qual cosa implica que en augmentar en una unitat la magnitud, l'energia es multiplica per $10^{1,5} = 31.6$, o, més fàcil de recordar, si la magnitud augmenta en 2 l'energia es multiplica per 1.000. Per fer-nos una idea dels números involucrats, podem calcular que, per a terratrèmols amb $M = 6$, obtenim $E = 6 \cdot 10^{13}$ Joules, que és equivalent a uns 15 quilotons, aproximadament l'energia alliberada per la bomba atòmica d'Hiroshima; per a $M = 8$ tenim $E = 6 \cdot 10^{16}$ Joules = 15 megatons, que correspon als tests nuclears més grans. Si considerem la durada de la ruptura, que per a un terratrèmol de $M = 8$ és en valor mitjà d'uns 50 segons, obtenim una potència de mil milions de MW (mega-Watts, el rècord de consum energètic a Espanya és d'uns 40.000 MW).

És fàcil de veure que la distribució de grandàries de terratrèmols, en termes de l'energia alliberada, resulta ser una llei de potències, en comptes d'una exponencial. Fent servir la densitat de probabilitat de la magnitud, definida com

$$\tilde{D}(M) = \text{Prob}[M < \text{magnitud} < M + dM] / dM,$$

i anàlogament per a la densitat de probabilitat de l'energia alliberada, $D(E)$, podem escriure,

$$D(E) = \tilde{D}(M)\, dM/dE \propto \tilde{D}(M) / E \propto 1 / E^{1+2b/3}$$

(on el símbol $\propto$ denota proporcionalitat i amb $\tilde{D}(M)$ una exponencial, segons Gutenberg-Richter), i llavors $D(E)$ és efectivament una llei de potències. Com que b és pràcticament 1, la densitat de probabilitat de l'energia és inversament proporcional a E elevat a 1,67. Gràficament les lleis de potències són molt fàcils d'identificar, ja que es transformen en una línia recta si es representen en una escala logarítmica per als dos eixos (anomenada escala log-log, on a cada eix no es representa la variable que toca, sinó el seu logaritme).

De tota manera, altres mesures físiques de la grandària d'un terratrèmol són possibles, com per exemple l'àrea de ruptura, la longitud de ruptura, o la seva durada. En tots els casos la distribució de grandàries resulta una llei de potències, encara que l'exponent serà diferent que el de la distribució d'energia alliberada. Això és degut que aquestes mesures alternatives de la grandària es relacionen amb l'energia mitjançant una llei de potències igualment. La figura 2 mostra la distribució de terratrèmols segons la magnitud i segons la longitud de ruptura, per a la regió de Nou Madrid, d'acord amb una llei exponencial en el primer cas i una llei de potències en el segon.

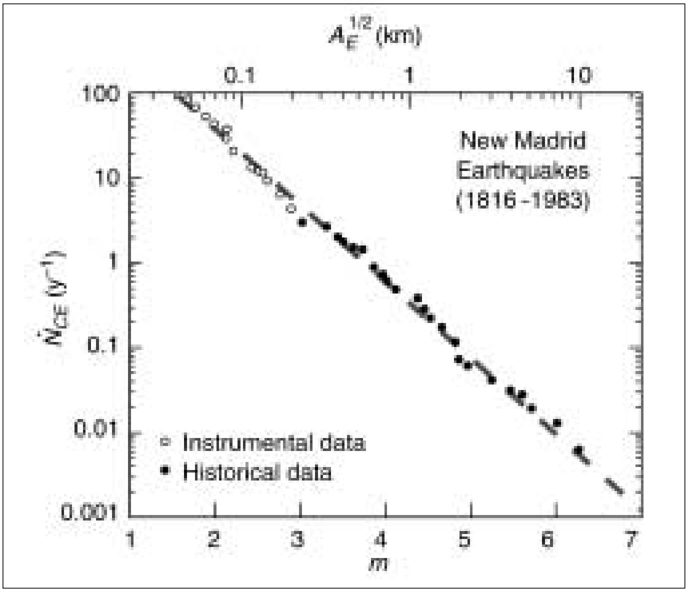

Figura 2. Nombre de terratrèmols anuals a Nou Madrid (una regió d'Estats Units, res a veure amb el futbol) amb magnitud més gran o igual a *m*, o amb longitud de ruptura més gran o igual a $\sqrt{A_E}$ (la longitud de ruptura s'estima com l'arrel quadrada de l'àrea de ruptura A_E). El comportament és aproximadament igual a $1/A_E$.

[Turcotte i Malamud, a *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*, Part A, editat per Lee *et al.*, Academic Press (2002)]

El fet d'obtenir lleis de potències té unes implicacions físiques molt interessants, ja que aquestes lleis són la marca característica dels fractals. Els fractals són objectes geomètrics que presenten les mateixes estructures a totes les escales, és a dir (independentment de si els mirem de lluny, amb una lupa o amb un microscopi), de tal forma que no presenten cap escala característica. La distribució de grandària d'aquestes estructures segueix una llei de potències, i per tant, podem dir que els terratrèmols tampoc presenten escales característiques, en referència a l'energia que alliberen o a d'altres mesures físiques de la grandària. Ho podem expressar de manera més directa de la següent forma: imaginem que visitem un país i fem la pregunta «*com de grans són els terratrèmols que teniu per aquí?*». Aquesta pregunta tan raonable i innocent curiosament no té resposta, ja que la llei de Gutenberg-Richter implica la no existència de cap energia característica.

Certament, aquesta propietat és inusual en la física, on cada fenomen té la seva pròpia escala: nuclear, atòmica, planetària, etc. Pensem per exemple en el decaïment d'un material radioactiu: el fet de tenir definida una vida mitjana ens està fixant l'escala del procés, que en certs casos pot ser de microsegons i en d'altres de milions d'anys. En un àmbit més tècnic, podríem demostrar que la llei de potències és l'única funció invariant sota una transformació d'escala. Si canviem l'escala dels eixos de la següent manera,

$$x \rightarrow b\,x$$
$$y \rightarrow c\,y$$

llavors, la condició d'invariança d'una funció $f(x)$ sota aquesta transformació d'escala T és

$$T[f(x)] = c f(x/b) = f(x),$$

que té com a única solució la llei de potències

$$f(x) = k\,x^{a},$$

amb la relació entre factors d'escala una llei de potències també, $c = b^{\alpha}$. El que vol dir tot això és que si mirem els terratrèmols a l'escala de 10^9 Joules, per a cadascun d'aquests tindrem 100 amb energia 10^6 Joules i 1/100 amb energia 10^{12} Joules, i si mirem a l'escala de 10^{15} Joules, per a cadascun d'aquests les proporcions seran les mateixes (100 i 1/100) si la proporció d'energies és també la mateixa (1/1.000 i 1.000, agafem aquests valors perquè donen números rodons).

A més a més, podem intentar calcular l'energia mitjana alliberada pels terratrèmols. Fent servir el procediment habitual en teoria de la probabilitat, obtenim,

$$\langle E \rangle = \int_0^{\infty} E\,D(E)\,dE = \int_0^{\infty} dE \,/\, E^{2b/3} = \infty,$$

és a dir, l'energia mitjana és infinita. Òbviament, aquest resultat és degut a extrapolar la llei de Gutenberg-Richter per a totes les energies. Encara que aquest és el procediment habitual en física quan tenim altres tipus de distribucions, com ara exponencials o gaussianes, en el cas de les lleis de potències s'ha d'anar amb molta cura, i llavors és necessari tenir en compte que la llei de potències no pot ser vàlida sempre. De tota manera, la següent taula ens il·lustrarà el que passa amb l'energia mitjana:

Magnitud	*Energia (Joules)*	*Número relatiu*	*Energia total (Joules)*
5	$2{\cdot}10^{12}$	1.000	$2{\cdot}10^{15}$
6	$6{\cdot}10^{13}$	100	$6{\cdot}10^{15}$
7	$2{\cdot}10^{15}$	10	$2{\cdot}10^{16}$
8	$6{\cdot}10^{16}$	1	$6{\cdot}10^{16}$

Veiem que en calcular la mitjana de l'energia aquesta no convergirà després de considerar un cert número de dades, atès que tard o d'hora es produirà un esdeveniment extrem que dispararà el valor de la mitjana. És a dir, encara que tenim molts terratrèmols petits i molt pocs de grans, són aquests esdeveniments extrems els responsables de la dissipació d'energia, i malgrat la seva raresa no podrem prescindir-ne a l'hora d'explicar l'evolució del sistema. La bona notícia que semblava que representava el fet de tenir pocs terratrèmols grans es torna en una mala notícia a causa del gran alliberament d'energia lligat a aquests.

Es pot avançar un pas més en l'estudi de la magnitud dels terratrèmols, o en general en la seva grandària, mitjançant la distribució de magnituds condicionada: en comptes de mirar el nombre de terratrèmols de cada magnitud, es mira aquest nombre però considerant només els casos on es verifica una condició determinada, per exemple, que la magnitud del terratrèmol anterior sigui petita, o bé que el temps transcorregut des de l'últim terratrèmol sigui gran, etc. En cap cas s'observa que la llei de Gutenberg-Richter es vegi afectada per la història de la sismicitat, sempre obtenim la mateixa llei (dintre dels marges d'error associats al nombre limitat de dades), independentment de la condició. Això implica clarament la independència de la magnitud i, per tant, de l'energia alliberada amb la història del procés, i es pot resumir simplement dient que *un terratrèmol no se sap com de gran serà*. En particular, si el temps transcorregut des de l'últim terratrèmol és gran, això no farà augmentar la magnitud del terratrèmol que ha de venir, contràriament al que diria la intuïció.

2. SISTEMES CRÍTICS I CRITICALITAT AUTOORGANITZADA

El fet que no existeixi cap escala característica per a l'energia alliberada pels terratrèmols (tal com implica la llei de Gutenberg-Richter), i que, a més a més, aquesta energia estigui indeterminada per la història sísmica, permet de veure un terratrèmol com un procés crític, il·lustrat per un conjunt de peces de dominó. En el joc habitual, quan cau una peça, això provoca automàticament la caiguda de la següent, i així successivament fins que cauen totes, el que implicaria que tots els terratrèmols serien catastròfics, en contra de la llei de Gutenberg-Richter. D'altra banda, si separem suficientment les peces de forma que quan en caigui una sigui molt difícil que aquesta provoqui la caiguda de la següent, llavors tindríem sempre terratrèmols molt petits, en desacord novament amb els resultats de Gutenberg i Richter. L'única manera d'estar d'acord amb les observacions és amb un procés crític, per al qual quan cau una peça no se sap què passarà amb les següents, però en mitjana el nombre de peces que cada peça fa caure és justament igual a 1. Per això és més adient imaginar no les peces disposades en una filera, sinó en una mena de xarxa, i així és possible que una peça caiguda doni lloc a diverses caigudes, però de forma que el procés no tendeixi a créixer ni a extingir-se. Tècnicament estaríem tractant amb un procés de ramificació crític (*critical branching process*).

La situació seria idèntica a una reacció nuclear controlada, on la reacció es desenvolupa al límit de l'extinció: si cada nucli fissionat provoqués la fissió de més d'un nucli, llavors la reacció creixeria exponencialment fins a donar lloc a una explosió nuclear i diríem que el sistema estava en un estat supercrític; si un nucli no és capaç en valor mitjà de provocar almenys la fissió d'un altre nucli, la reacció s'extingeix aviat i el sistema està en un estat subcrític. L'estat crític és la situació intermèdia entre aquestes dos.

Des d'aquest punt de vista, podem afirmar que una ruptura a l'escorça es propaga o no per donar lloc a un esdeveniment catastròfic depenent d'un nombre enorme de detalls microscòpics que estan intrínsecament fora del nostre control, i només sabem que aquesta propagació és crítica. El lector ha de notar les profundes dificultats que aquesta visió planteja per a la predicció de terratrèmols.

En la física, els fenòmens crítics són ben coneguts a través dels punts crítics de les transicions de fase. Considerem un material magnètic, com per exemple el ferro. Cada àtom de ferro és com una petita brúixola o imant, que es pot anomenar espí, i aquests espins tenen tendència a alinear-se els uns amb els altres, a causa de certes forces d'interacció, encara que l'agitació tèrmica (és a dir, la temperatura) dificulta aquesta ordenació, trencant sovint els alineaments. La mecànica quàntica ens ensenya que aquests espins no presenten un continu d'orientacions sinó que, en el cas del ferro, només tenen dues orientacions possibles, cap amunt i cap avall, diguem-ne. A temperatures molt altes l'agitació tèrmica guanya clarament la tendència a l'alineació i llavors els espins es troben desordenats, només hi ha *clusters* molt petits d'espins alineats, alguns *clusters* cap amunt i d'altres cap avall, compensats en nombre de tal manera que la magnetització total és nul·la. D'altra banda, a baixes temperatures es produeix una ruptura de simetria i es forma un *cluster* macroscòpic (és a dir, que abasta tot el sistema), on tots els espins tenen la mateixa orientació, o bé tots cap amunt o bé tots cap avall, i aquest alineament constitueix la magnetització espontània. Aquestes dues situacions es poden veure en la figura 3.

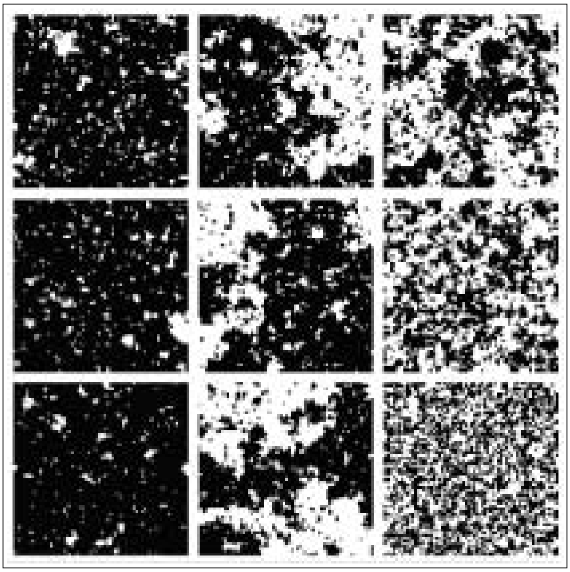

Figura 3. Model d'un material ferromagnètic en dues dimensions (model d'Ising, xarxa quadrada). Els dos estats dels espins es representen pels diferents colors. La primera columna correspon a diferents estats per sota de la temperatura crítica, la columna del mig correspon a la temperatura crítica, i la de la dreta a una temperatura per sobre de la crítica. En tots els casos el camp magnètic extern és zero. De fet, les files inferiors s'obtenen de les superiors mitjançant una transformació del grup de renormalització, que separa el sistema del punt crític, excepte si es troba al mateix punt crític.

[Christensen i Moloney]

És força interessant veure com apareix la magnetització espontània en disminuir la temperatura. Contràriament al que es podria pensar, aquesta ordenació no apareix gradualment, sinó que passa bruscament. Començant a temperatura alta, en la fase desordenada (anomenada tècnicament fase paramagnètica), la disminució de la temperatura fa que els petits *clusters* d'espins alineats es facin més grans, però sense originar cap magnetització neta al material, en principi. Ara bé, si la temperatura disminueix suficientment fins a arribar per sota d'un valor molt precís, llavors es forma un *cluster* macroscòpic i la magnetització passa bruscament a tenir un valor no nul. Aquesta temperatura especial s'anomena temperatura crítica, perquè separa les fases desordenada (paramagnètica) i ordenada (ferromagnètica); a més a més, aquest comportament només té lloc si no s'aplica cap camp magnètic sobre el material, en concret, experimentalment hem de compensar d'alguna manera el camp magnètic terrestre. Així, el punt crític de la transició ferromagnètica-paramagnètica correspon al estat del sistema definit per un camp magnètic estrictament nul i una temperatura igual a la temperatura crítica exactament.

Les propietats d'un sistema magnètic al seu punt crític són molt peculiars. Hem vist com per sobre de la temperatura crítica els *clusters* d'espins són petits, mentre que per sota hi ha un *cluster* molt gran, de la grandària del sistema. Justament en el punt crític es produeix un balanç entre aquestes dues situacions, i llavors el sistema presenta *clusters* de totes les grandàries, però sense cap escala característica. Això vol dir que el sistema és fractal, i la distribució de grandàries de *clusters* segueix una llei de potències (la figura 3 també mostra aquesta situació). Una altra propietat relacionada amb aquesta és que la longitud de correlació és infinita, que significa que un espí pot influir en l'estat d'un altre situat a distància molt gran del primer. Això és notable si tenim en compte que les interaccions entre els espins són de curt abast, és a dir, de rang microscòpic, d'uns pocs àtoms d'abast. El sistema és capaç de transmetre la influència d'un espí a llargues distàncies a través de la xarxa.

D'altra banda, el fet que la transició entre magnetització nul·la i magnetització no nul·la sigui tan sobtada significa que el sistema presenta una susceptibilitat extraordinàriament elevada. Si volem ser estrictes, la corba que representa la magnetització envers la temperatura es fa zero a la temperatura crítica (i a camp zero), però amb un pendent infinit, la qual cosa vol dir que la magnetització cau en picat quan la temperatura augmenta cap a la temperatura crítica (de la mateixa manera que un saltador olímpic ha d'entrar a l'aigua). Això implica que si a la temperatura crítica apliquem un camp magnètic extern, la magnetització en funció del camp té també un pendent infinit a camp zero, passant molt bruscament d'un valor zero a un valor gran, o sigui, camps molt petits (infinitesimals de fet) provoquen magnetitzacions molt grans; a un nivell tècnic diem que la susceptibilitat, que mesura aquesta resposta del sistema, és infinita.

Les sorprenents propietats dels punts crítics no acaben aquí. Els punts crítics no es donen únicament en els materials magnètics, sinó en moltes altres transicions de fase (o canvis d'estat en un llenguatge un xic antiquat), en particular es presenten també en la ben coneguda transició líquid-vapor dels fluids. En aquest cas el punt crític es troba ajustant la temperatura a la temperatura crítica i la pressió al valor precís de la pressió crítica; les característiques d'aquest sistema en el seu punt crític són anàlogues a les dels materials magnètics, i així, es presenten també *clusters* de totes les grandàries, sense cap escala característica, on aquesta vegada els *clusters* són bombolles de vapor envoltat de líquid, o viceversa. Per tant, la distribució de grandàries de bombolles és una llei de potències. Aquest comportament és responsable de l'anomenada opalescència crítica, on un fluid es torna tèrbol en el seu punt crític, a causa de la dispersió de la llum per les fluctuacions crítiques de la seva densitat. A més a més, petitíssimes variacions de pressió al voltant del punt crític provoquen que les variacions de volum del sistema siguin molt grans, cosa que correspon a una compressibilitat infinita del sistema.

Potser el més sorprenent de tot respecte als fenòmens crítics és que malgrat que per a cada fluid el seu punt crític té un valor peculiar, les corbes que representen les propietats de diferents fluids prop del punt crític són idèntiques, si aquestes propietats es mesuren en unitats del punt crític (Fig. 4), i el mateix passa per als sistemes magnètics, i el que és més estrany és que les corbes per a fluids i per a materials magnètics són també idèntiques en molts casos. Aquesta propietat s'anomena universalitat, i és remarcable que encara que els detalls microscòpics siguin molt diferents per a cada sistema (distinta estructura quàntica dels àtoms, interacció diferent entre ells, etc.), aquestes diferències semblen ser irrellevants prop del punt crític. Això té el gran avantatge que models molt simplificats podran reproduir aquestes característiques si contenen els ingredients físics essencials, com ara el popularíssim model d'Ising.

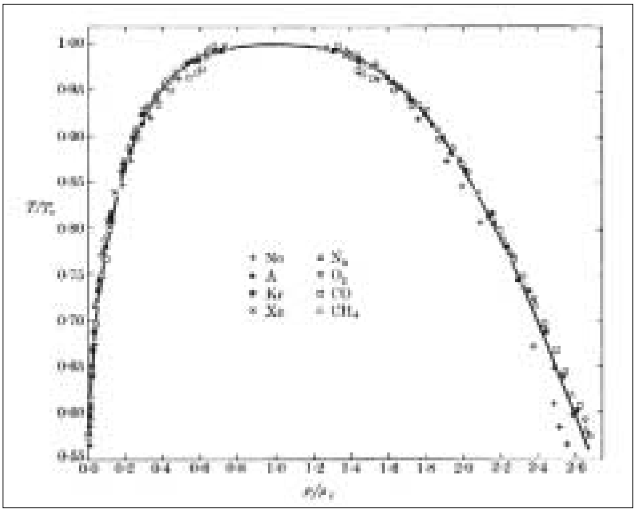

Figura 4. Corba de coexistència per a la transició líquid-vapor, mesurada per Guggenheim (1945) per a diverses substàncies. La part esquerra de les dades correspon al vapor i la part dreta al líquid. Observem com quan la densitat i la temperatura estan mesurades en unitats del punt crític s'obté una única corba de coexistència. El punt crític és el màxim de la corba. Si per sobre de la temperatura crítica ajustem la densitat al valor crític i a continuació disminuïm la temperatura, en arribar just per sota de la crítica apareix bruscament una nova fase (líquida), que coexisteix amb la fase vapor. Aquest comportament és no només anàleg sinó quantitativament similar a l'aparició de la magnetització espontània en un material magnètic.

[Stanley, *Introduction to phase transitions and critical phenomena*, Oxford Univ. Press (1971)]

Estrictament, no tots els fluids ni els sistemes magnètics segueixen les mateixes corbes, sinó que hi ha diferents grups descrits cadascun per unes corbes diferents, i aquests grups s'anomenen estranyament classes d'universalitat. De tota manera, el fet que un sistema pertany a una classe d'universalitat o a una altra depèn d'unes característiques molt generals, com ara si els espins interaccionen en tres dimensions, en plans bidimensionals o en cadenes lineals.

Tornant a la sismicitat, la llei de Gutenberg-Richter és una clara indicació que l'escorça terrestre està en un estat crític pel que fa a la generació de terratrèmols, així com també el fet que per provocar un terratrèmol es requereix un increment de tensions molt petit (el que correspondria a una susceptibilitat molt alta). Malgrat tot, hem vist com un estat crític és una situació molt particular que guarda un delicat equilibri entre l'ordre i el desordre. Com pot ser que el que costa tant d'ajustar al laboratori (en equilibri termodinàmic) es doni espontàniament a la natura (molt lluny de l'equilibri)? Al final dels anys vuitanta, Bak *et al*. van introduir la teoria de la criticalitat autoorganitzada per explicar la ubiqüitat dels fractals i les lleis de potències. La idea clau és que certs sistemes dissipatius compostos de moltes unitats elementals en interacció evolucionen de forma natural, mitjançant un procés d'autoorganització (similar per exemple als corrents oceànics, que porten aigua calenta a les regions fredes i viceversa), cap a l'estat crític, que vindria a ser un *atractor* de la dinàmica d'aquests sistemes (d'igual manera que l'a-

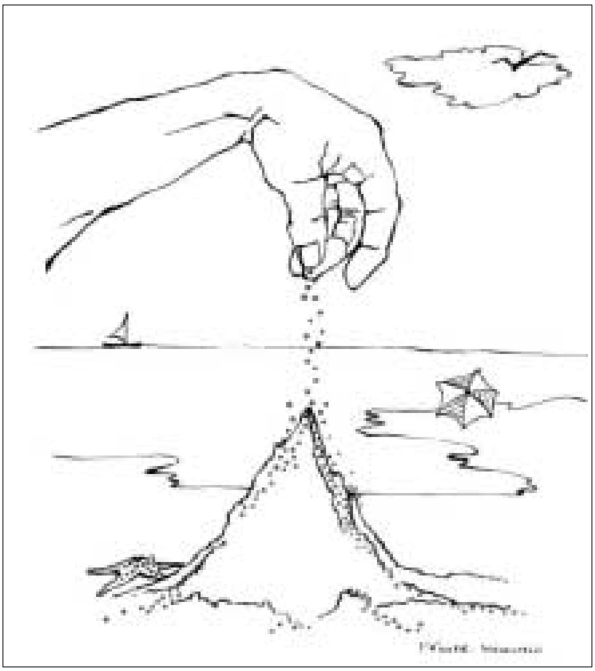

Figura 5. Pila de sorra, portada lluny de l'equilibri per un flux extern de grans, paradigma de la criticalitat autoorganitzada. [Bak]

tractor d'un pèndol és estar parat en posició vertical, o l'atractor d'una ampolla amb un forat a la base és l'estat buit).

La metàfora de la pila de sorra il·lumina molt bé aquestes idees. Si afegim sorra lentament a sobre d'una plataforma es va formant una pila, amb un pendent mitjà que va creixent a poc a poc. En general, mentre el pendent sigui petit les allaus a la pila seran també molt petites i la pila tindrà una tendència a créixer, fins que el pendent sigui tan gran que la pila no pot suportar un pendent més gran; aquest és el pendent crític (Fig. 5). D'altra banda, si artificialment preparem la pila amb un pendent més gran que el crític aquest estat serà molt inestable i l'addició d'un gra extra més pot fer que tota la pila col·lapsi a través d'una allau molt gran, que farà disminuir el pendent de la pila. La idea és doncs que existeix un mecanisme natural que ajusta el pendent de la pila cap al pendent crític: quan la pila té poca sorra les allaus són petites i la pila creixerà conforme afegim grans (aquest és l'estat subcrític) mentre que si la pila té massa sorra (en l'estat supercrític) les allaus seran molt grans i el pendent disminuirà. En tots dos casos el pendent tendirà a fluctuar entorn del pendent crític, on les allaus no són ni grans ni petites, sinó que haurien de ser de totes les grandàries possibles, sense cap escala característica: la distribució de grandàries seguiria una llei de potències.

La pila de sorra va esdevenir ràpidament un paradigma dels sistemes complexos, i encara que Bak *et al.* no estaven interessats *per se* en els medis granulars, el seu treball va endegar l'interès en la física d'aquests curiosos materials, que presenten propietats intermèdies entre sòlids i líquids. Van sorgir models per ordinador de piles de sorra, que van il·lustrar les idees de la criticalitat autoorganitzada; la seva verificació experimental amb piles reals és una història un xic embolicada com per a explicar-la aquí, així que tornem al nostre primer interès: els terratrèmols.

L'any 1989 Bak i Tang van llançar la idea que els terratrèmols serien efectivament un fenomen crític autoorganitzat, basant-se en la coincidència entre la distribució d'energia alliberada pels terratrèmols (directament relacionada amb la llei de Gutenberg-Richter) i la distribució de grandàries d'allaus al model de la pila de sorra. A més a més, la dinàmica de tots dos sistemes és molt semblant. El lent moviment de les plaques tectòniques fa el mateix paper que l'addició de grans a la pila, incrementant la tensió sobre la falla que separa les plaques. Si la tensió a la falla és prou petita pot ser que en algun punt es produeixi una ruptura amb el consegüent lliscament, però aquesta ruptura serà petita i alliberarà poca tensió; així doncs, aquest és l'estat subcrític on la tensió tendeix a incrementar-se. A l'altre extrem, si la tensió a la falla fos molt gran, qualsevol petit lliscament es propagaria per tota la falla donant lloc a un esdeveniment catastròfic, en correspondència amb un estat supercrític. Veiem com existeix un mecanisme d'ajust que fa créixer la tensió quan aquesta és petita i fa disminuir-la quan aquesta és gran, resultant que l'estat crític és l'atractor d'aquesta dinàmica, amb terratrèmols de totes les grandàries, sense cap energia característica. Simulacions per ordinador de models de blocs connectats per molles, representant el fregament i les propietats elàstiques de les falles, confirmen aquesta imatge.

3. CRITICALITAT D'ALTRES DESASTRES NATURALS I NO TAN NATURALS

En el primer apartat hem estudiat amb un cert deteniment els terratrèmols, i hem vist en el segon com la seva dinàmica en termes de reaccions en cadena o allaus i el fet peculiar que la seva grandària no presenti cap escala característica estableix un fort lligam amb els fenòmens crítics, i en particular amb la teoria de la criticalitat autoorganitzada, representada per la metàfora d'una pila de sorra. En aquest apartat veurem com aquesta imatge no s'aplica únicament als terratrèmols, sinó que molts altres fenòmens naturals presenten les mateixes característiques.

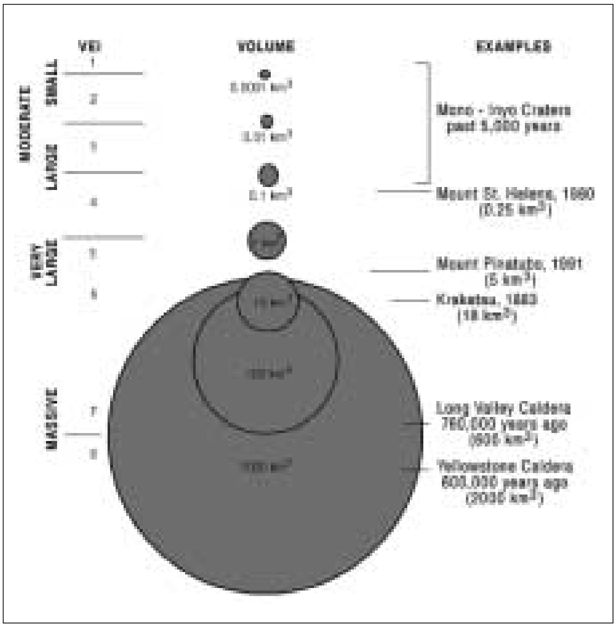

Figura 6. Il·lustració de la grandària de les erupcions volcàniques mesurades segons el VEI i segons el volum de material volcànic. [http://lvo.wr.usgs.gov/sizes.html]

Podem començar per continuar en la línea dels processos geològics, amb les erupcions volcàniques. Per mesurar-ne la grandària existeix un número, anomenat VEI (*volcanic explosivity index*) i que va de 0 a 8. Si relacionem el VEI amb el volum de material resultant de l'erupció veurem com aquest volum és una funció exponencial del VEI, i així el volum seria una mesura física de la grandària (com l'energia alliberada pels terratrèmols) mentre que el VEI faria el paper de la magnitud; la relació entre totes dues variables es veu en la figura 6. Per posar números, la coneguda erupció del mont Pinatubo, el 1991, va provocar l'emissió d'un volum de material aproximadament igual a 5 km^3, mentre que a la mítica erupció del Krakatoa, el 1883, li van correspondre uns 18 km^3 (el VEI corresponent a ambdós casos estaria al voltant de 6). Aquestes erupcions serien modestes en comparació amb la de la caldera de Yellowstone, als Estats Units, fa 600.000 anys, a la qual s'ha assignat un volum al voltant de 1.200 km^3, i un VEI de 8.

Si estudiem l'estadística del nombre d'erupcions en funció de la seva grandària, representat pel volum de l'erupció, s'obté una llei de potències (tant en tot el món com en un únic volcà), indicació de que són possibles erupcions de qualsevol grandària, sense que cap escala predomini, en sintonia amb les idees de la criticalitat autoorganitzada; a més, el valor de l'exponent resulta molt semblant a l'obtingut pels terratrèmols. Això implica que encara que existeix una distinció entre molts tipus d'erupcions (hawaianes, strombolinianes, subplinianes o subvesubianes, plinianes, ultraplinianes, etc.), el fet que una llei tan simple com la llei de potències descrigui tota aquesta diversitat confereix una unitat a aquest fenomen, sent sempre la mateixa física que opera a escales molt diferents. D'altra banda, l'autor reconeix que no té constància que s'hagin modelat les erupcions volcàniques des del punt de vista de la dinàmica d'allaus.

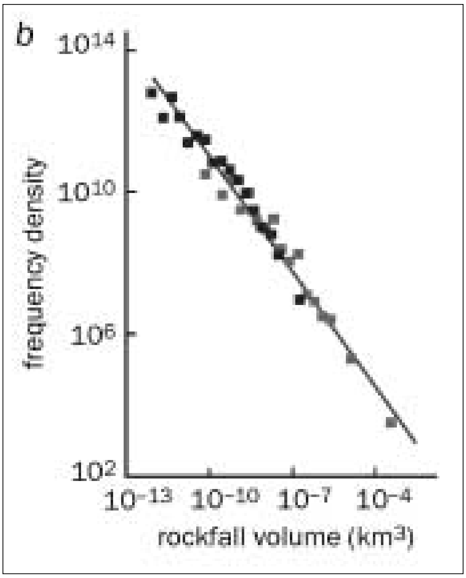

Figura 7. Densitat de probabilitat de volum de roques caigudes a Umbria (Itàlia) i al parc de Yosemite (Estats Units). La línia recta és una llei de potències (decreixent) amb exponent 1,07, que descriu bé les dades entre 0,001 m^3 i 100.000 m^3. [Malamud]

Altres perills naturals, a una escala més modesta però que poden tenir conseqüències tràgiques, estan constituïts per les allaus de diversos tipus de material, com ara les allaus de neu, corriments de terres, caiguda de roques en zones de muntanya i flux de sediments al fons dels oceans; en tots els casos s'han trobat lleis de potències relacionant la freqüència de les allaus amb la seva grandària. En concret, la figura 7 mostra la densitat de probabilitat que una caiguda de roques involucri un volum de roques donat. Les dades més fosques corresponen a una sèrie de caigudes amb posterioritat a un terratrèmol a Umbria, Itàlia, el 1997, mentre que les més clares fan referència a un període de 22 anys a Yosemite, als Estats Units. La relació lineal obtinguda en els eixos logarítmics és la indicació clara de l'existència d'una llei de potències, amb un exponent igual a 1,1; la connexió amb les piles de sorra és directa en aquest cas.

Un altre risc, en un context mediambiental o ecològic, són els incendis forestals. Agafant dades d'incendis a Ontario, Canadà, des del 1976 al 1996 (amb 15.308 incendis, la qual cosa dóna més de 750 incendis a l'any), i mesurant la grandària com l'àrea afectada per l'incendi, veiem en la figura 8 com hi ha incendis de pràcticament totes les grandàries, des de 1.000 m^2 (la superfície d'un camp de futbol-sala, suposem que socarrimades d'arbusts més petites no es comptabilitzen) fins a 1.000 km^2 (una superfície un milió de vegades més gran, de l'ordre de 10 vegades l'extensió de Collserola, incloent la Universitat Autònoma i la resta d'edificacions invasores). Ara bé, el fet que a escala log-log la freqüència segueixi una línia recta ens indica que no hi ha grandàries característiques en els incendis forestals. Notem també que no es veu cap diferència entre incendis provocats i accidentals.

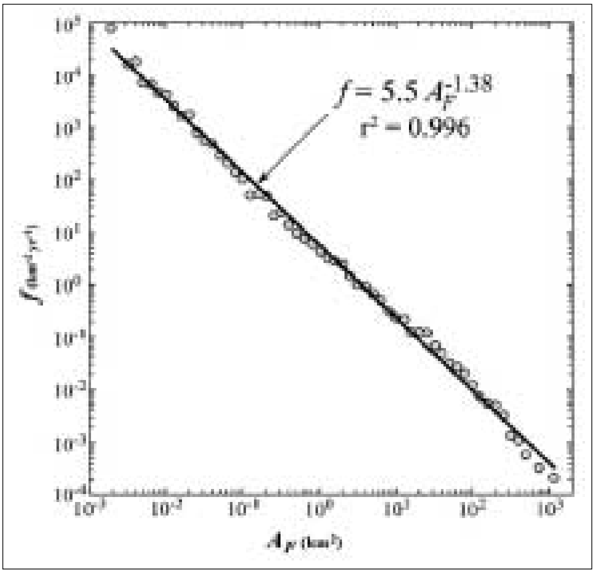

Figura 8. Densitat de probabilitat de superfície cremada als incendis forestals a l'estat d'Ontario (Canadà), entre els anys 1976-1996. La línia recta és una llei de potències amb exponent 1,38.

[Turcotte i Malamud, *Physica* A 340, 580 (2004)]

En aquest cas, està clar que els incendis evolucionen en termes d'una dinàmica similar a les allaus de la pila de sorra, on una petita pertorbació (un misto) pot provocar un foc que es propagui per tot el bosc amb conseqüències devastadores. Amb el que hem explicat hem de concloure que els boscos estarien en un estat crític pel que respecta a la propagació d'incendis, amb la densitat d'arbres màxima però tal que l'estat no sigui supercrític, i llavors mai no sabrem quan un petit foc pot créixer fins a arribar a ser catastròfic. S'han proposat diversos models (*forest fire models*) inspirats en les piles de sorra i d'acord amb aquestes idees.

En el camp de la meteorologia, hi ha el cas tan quotidià de la pluja (almenys en determinades latituds!). Habitualment es registra la quantitat de pluja recollida durant un dia, o durant un nombre fixat d'hores; de tota manera, aquesta mesura és un xic arbitrària. Christensen i el seu grup han introduït un mètode alternatiu de mirar aquest fenomen, fent servir, a més, dades de radar d'alta resolució al Bàltic desde gener a juliol de 1999: es defineix un esdeveniment de pluja com l'ocurrència total de pluja entre períodes de almenys 1 minut sense pluja, és a dir, que mentre no pari de ploure durant 1 minut o més, es considera que tota la pluja caiguda forma un únic esdeveniment (d'igual forma que mentre la terra no deixa de sacsejar es considera que no acaba un terratrèmol). Els resultats obtinguts mostren que els esdeveniments de pluja definits així es donen en totes les grandàries, amb quantitats d'aigua des de 0,001 mm fins a 0,1 m, i amb una densitat de probabilitat que segueix una llei de potències, amb exponent 1,36, tal com es desprèn del règim lineal en la figura 9.

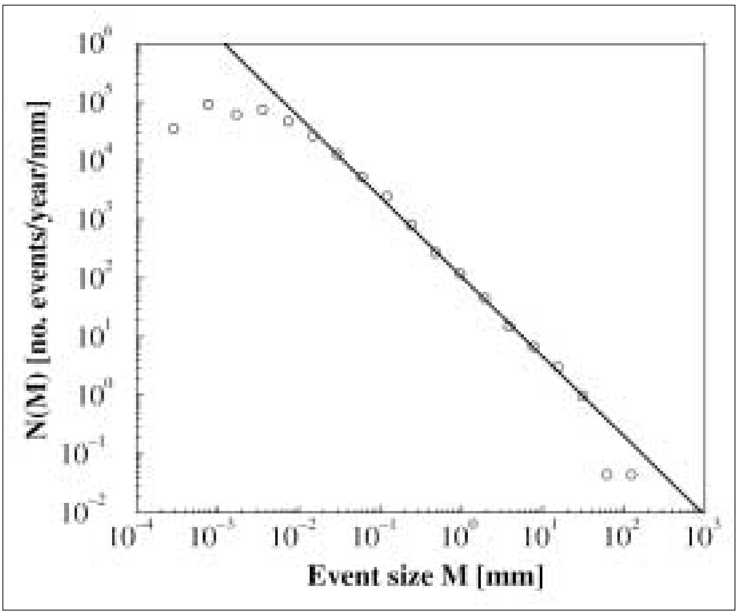

Figura 9. Densitat de nombre d'esdeveniments anuals de pluja en funció de la quantitat de pluja, fent servir dades de radar al Bàltic a 250 m d'altitud des de gener a juliol de 1999. L'exponent de la llei de potències és 1,36.

[Peters *et al.*, Phys. Rev. Lett. 88, 018701 (2002)]

Una altra mesura de la grandària és la duració dels esdeveniments, que resulten d'entre 1 minut i 1 dia, amb una distribució tipus llei de potències igualment, però amb exponent 1,6. El fet de tenir dos exponents diferents implica una relació no trivial entre volum d'aigua i duració; en concret, la primera quantitat és proporcional a la segona elevada a 1,2, o sigui que esdeveniments llargs són també més intensos. Aquests resultats plantegen la qüestió de si en els processos que fan condensar la pluja als núvols intervenen les reaccions en cadena típiques dels terratrèmols i les piles de sorra.

Passant a la biologia, podem reconèixer l'extinció de les espècies com un fenomen crític autoorganitzat. Certament, les espècies formen complexes xarxes ecològiques que connecten, mitjançant relacions tròfiques, de simbiosi, de parasitisme, etc., unes espècies amb d'altres. Si, per la raó que sigui, una espècie desapareix, això farà que les espècies relacionades amb aquesta es puguin ressentir, i llavors aquest esdeveniment es pot propagar o no per tota la xarxa ecològica, igual que una allau en una pila de sorra.

Podem especular que la connexió entre les espècies va creixent en el temps de forma natural amb l'aparició de noves espècies mentre la xarxa està en un estat subcrític i les extincions són petites. Quan s'arriba a l'estat crític les extincions poden arribar a ser prou grans per compensar la tendència de la xarxa a créixer.

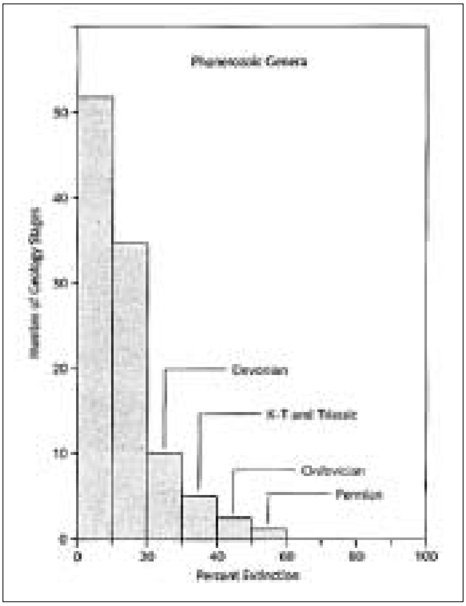

Figura 10. Nombre de períodes de 4 milions d'anys per als quals el tant per cent de famílies extingides pren un valor donat, per als darrers 600 milions d'anys. Histograma obtingut per Raup a partir de les dades de Sepkoski.
[Bak]

Si mirem les dades disponibles en el registre fòssil podrem contrastar-les amb aquestes idees. Dividint el registre en períodes de 4 milions d'anys, Sepkoski (després de 10 anys a la biblioteca) va poder estimar el nombre de famílies extingides en cadascun d'aquests períodes, i a partir del nombre d'espècies conegudes per a cada període va calcular el percentatge d'extincions. Comptant el nombre de vegades que apareix cada valor del percentatge, tal com es mostra en la figura 10, es pot estimar la densitat de probabilitat que una extinció involucri un tant per cent donat d'espècies. Les dades obtingudes són compatibles amb una llei de potències, encara que a causa de la baixa estadística d'altres ajustaments són possibles. Fem notar que aquesta vegada la figura no ve donada en escala log-log.

Una important lliçó que els models d'extincions inspirats en la criticalitat autoorganitzada ens ensenyen és que els esdeveniments catastròfics no han de estar provocats necessàriament per una altra catàstrofe, tal com la caiguda d'un meteorit, sinó que poden ser una conseqüència de la pròpia dinàmica interna del sistema, en resposta a una petita pertorbació o a una extinció espontània. Així doncs, no cal buscar una causa apocalíptica per a cada extinció, com ara meteorits, cometes, erupcions, etc.

La nostra darrera excursió la farem lluny del món natural, per apropar-nos a aquest misteriós món inventat per l'home que és l'economia (assumint que les creacions humanes no són naturals); així, estudiarem els mercats financers, en concret, la borsa. Si definim el preu d'un valor a l'instant t com $p(t)$, calcularem la seva variació relativa en un interval Δt, que ve donada per

$$R(t) = [p(t + \Delta t) - p(t)] / p(t),$$

i ens diu quan ha pujat o baixat el valor en l'interval Δt en tant per 1, i que s'anomena professionalment retorn. Per comparar el preu de diferents companyies el retorn es normalitza per la seva desviació típica (que es diu volatilitat).

La figura 11 mostra la distribució de probabilitat de les quantitats obtingudes d'aquesta manera per Stanley i el seu grup per a les 1.000 companyies més grans que cotit-

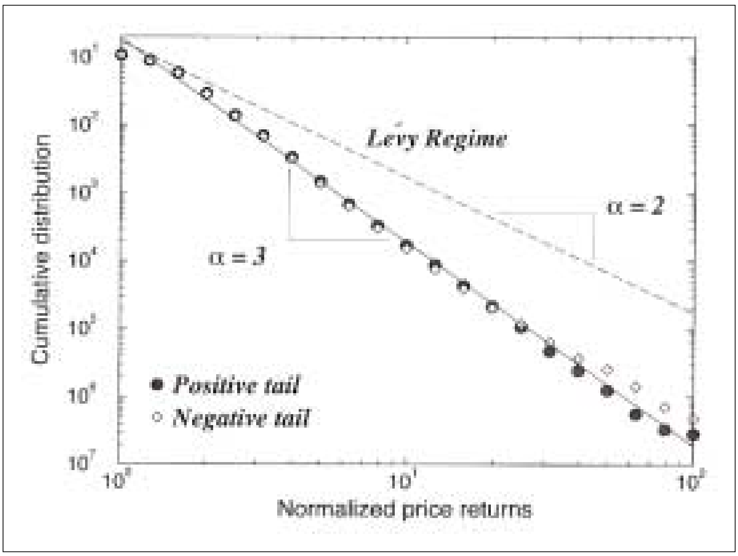

Figura 11. Distribució de probabilitat acumulada de les variacions relatives dels preus (normalitzades per la seva desviació típica) de les 1.000 companyies més grans en el NASDAQ, el NYSE i l'AMEX, per als anys 1994-1995.

[Mantegna i Stanley, *An introduction to econophysics*, Cambridge Univ. Press (1999)].

zen en el NASDAQ, el NYSE i l'AMEX, per als anys 1994 i 1995; novament el comportament lineal ens indica que es verifica una llei de potències, amb exponent igual a 3. En aquest cas no es representa la densitat de probabilitat sinó la distribució acumulada, que és la seva integral, i per tant l'exponent corresponent a la densitat de probabilitat seria 4, força més gran que en els exemples anteriors. Remarquem que, si aquest exponent és més gran que 2, la mitjana de la distribució no es veu dominada pels esdeveniments extremadament grans, a diferència del que havíem vist abans. A més a més, aquest comportament és simètric, ja que es dona igual tant per a les pujades de preu com per a les baixades (retorns negatius).

Estarem d'acord que en la dinàmica de la borsa jugaran un paper molt important les allaus, ja que una petita variació d'un preu pot amplificar-se (o no) mitjançant reaccions en cadena entre els inversors. Existeixen models dels mercats inspirats en aquestes idees, però l'autor no té clara la seva rellevància en l'àmbit econòmic.

A part de les catàstrofes naturals s'han trobat molts altres sistemes que estan en bona sintonia amb les nocions de la criticalitat autoorganitzada, com ara les flamarades solars (que no deixen de ser un desastre natural), les allaus de vòrtexs en els superconductors, el soroll Barkhausen (produït pel moviment de les parets dels dominis magnètics en variar el camp magnètic), els plasmes turbulents a altes temperatures confinats magnèticament o les activacions de neurones en cultius *in vivo*. La discussió més detallada d'aquests sistemes necessitaria un text més llarg i un autor molt més ben informat.

4. PERSPECTIVES: PROPIETATS TEMPORALS

Hem estudiat en detall la distribució de grandàries de diversos esdeveniments catastròfics i les propietats particulars d'aquestes distribucions. Igualment importants amb vista a les estimacions de risc haurien de ser les probabilitats d'ocurrència dels esdeveniments en el temps i també en l'espai, encara que aquestes distribucions han estat molt menys investigades. Ens podem preguntar fins a quin grau les taxes mitjanes d'ocurrència donades per les distribucions de grandària dels esdeveniments són representatives de la dinàmica temporal de cada procés. Per exemple, en el cas dels terratrèmols a Califòrnia del Sud, la llei de Gutenberg-Richter ens en dóna uns 50 a l'any amb magnitud més gran o igual a 4, la qual cosa ens diu que el temps mitjà entre aquests esdeveniments és d'aproximadament 7 dies, però si mesurem el temps entre terratrèmols en aquest rang de magnituds trobarem que aquests prenen pràcticament tots els valors possibles, des de pocs segons fins a uns 7 mesos. En conseqüència, les taxes d'ocurrència donades per la llei de Gutenberg-Richter tenen un valor molt pobre; de fet, la situació és molt pitjor encara que la crítica habitual que es fa en l'estadística en la qual si una persona es menja dos pollastres i una altra no se'n menja cap, l'estadística diu que s'han menjat un pollastre cadascuna. Per ser fidels a la veritat, aquesta crítica implica un total desconeixement d'aquesta ciència, i la solució al problema rau a no mesurar la mitjana sinó tota la distribució.

Resulta que la densitat de temps entre terratrèmols consecutius és també una llei de potències (decreixent), almenys per a un cert rang de temps. Com ja hem vist amb les lleis de potències, això té conseqüències curioses i en aquest cas paradoxals, ja que el risc de terratrèmol no s'incrementa conforme passa el temps sinó que disminueix. I encara més estrany (però equivalent des del punt de vista matemàtic), el temps que s'ha d'esperar fins al següent terratrèmol no disminueix conforme passa el temps des de l'últim terratrèmol sinó justament al contrari: creix.

Certament aquest no és el comportament al qual estem habituats en la vida quotidiana: quan esperem el metro, esperem que cada cop haurem d'esperar menys, i per això precisament esperem. També, quan celebrem el nostre aniversari, en el fons pensem que ens queda menys temps de vida, ja que ens apropem a la mort (cada dia, de fet). En realitat, un expert en estadística ens diria que no hi ha cap paradoxa aquí, sinó simplement un comportament antiintuïtiu, i podria citar el contraexemple dels nadons, que a mesura que creixen augmenta la seva esperança de vida (atès que el risc per a diferents malalties disminueix amb l'edat; per exemple, el risc per al síndrome de mort sobtada cau en picat a partir de l'any, i els pares es poden estalviar una preocupació). Això és desgraciadament més marcat als països subdesenvolupats. Un altre exemple el constitueix el temps de vida de les empreses... En quina empresa serà més segur invertir diners, en una de nova creació, o en una altra de ben establerta? Ja podem contar que una empresa que només té una setmana de vida no podem esperar que sobrevisqui molts anys, mentre que una empresa que ja ha sobreviscut aquests anys haurà aconseguit una bona solidesa.

Una altra característica de les distribucions de temps entre terratrèmols és que revelen l'autosimilitud de la seva ocurrència en el temps i en la magnitud, i així, en unitats del temps mitjà entre terratrèmols les distribucions resulten idèntiques, independentment de les magnituds considerades. La figura 12 mostra aquestes distribucions per a Califòrnia en unitats de minuts (on depenen clarament de la mínima magnitud considerada) i en unitats del temps mitjà (on resulten pràcticament idèntiques). Això té l'aplicació que l'ocurrència de terratrèmols petits pot ser un model per als grans terratrèmols (per als quals l'estadística és molt pitjor), ja que el fenomen és el mateix a diferents escales temporals.

Encara que no ens ho sembli en un principi, aquesta és una propietat veritablement especial. Quan agafem el catàleg de dades d'una certa regió i calculem la distribució de temps entre terratrèmols, i després repetim el procés eliminant els terratrèmols petits, no hi ha cap raó per la qual les dues distribucions tinguin la mateixa forma. En general, la forma hauria de resultar diferent, excepte només per a algun cas molt particular, en què la distribució serà invariant sota la transformació que suposa eliminar els esdeveniments petits (i després rescalar l'eix temporal, en mesurar el temps en unitats del temps entre terratrèmols mitjà).

Una transformació d'aquest tipus és en essència el que s'anomena una transformació del grup de renormalització, de gran aplicabilitat en la física, entre d'altres camps

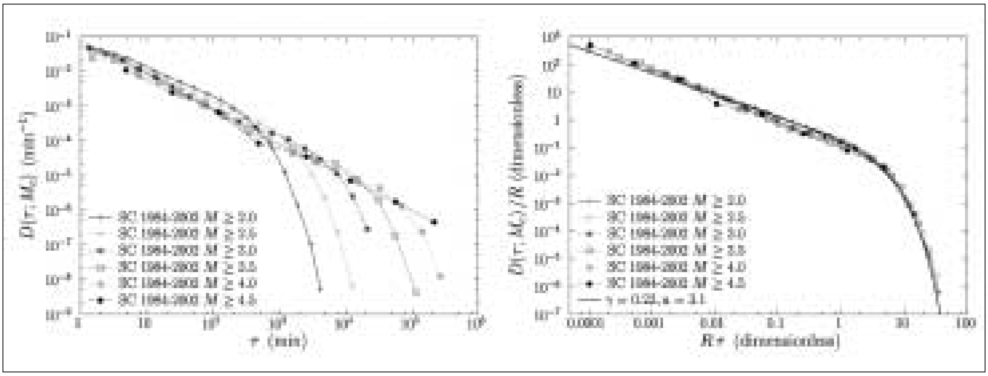

Figura 12. Densitats de probabilitat del temps entre terratrèmols consecutius per a Califòrnia del Sud, entre els anys 1984-2002, per a esdeveniments més grans que una certa magnitud. A l'esquerra apareixen les distribucions en minuts, mentre que a la dreta aquestes s'han rescalat fent servir en cada cas el temps mitjà (la qual cosa és equivalent a multiplicar per la taxa mitjana *R*).

[A. Corral, *Tectonophysics* (2006).]

en l'estudi dels punts crítics de les transicions de fase d'equilibri. Si tornem per un moment als sistemes magnètics, la transformació elimina espins d'alguna manera i després rescala l'espai perquè el sistema resultant sigui comparable al sistema original. En el nostre cas, els terratrèmols fan el paper dels espins, i el temps pren el lloc de l'espai.

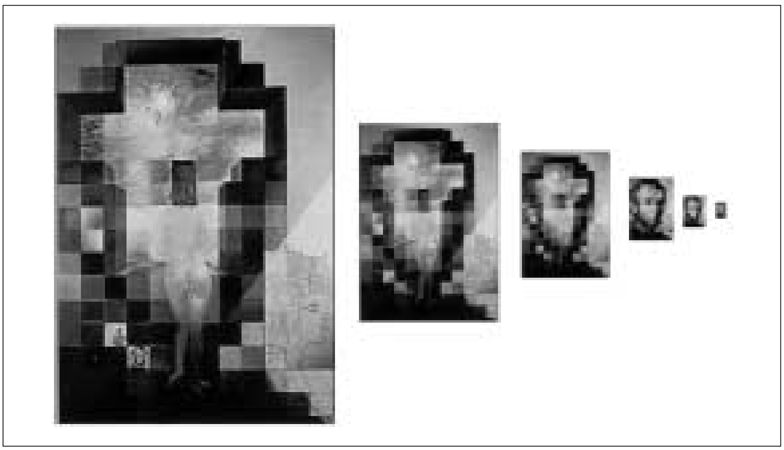

Figura 13. *Gala nua mirant el mar...*, de Salvador Dalí, il·lustra com operen les transformacions del grup de renormalització. Després d'un nombre petit d'iteracions Gala s'ha renormalitzat en Abraham Lincoln. Estrictament, faltaria la segona part de la transformació en la qual hauríem de veure tots els quadres a la mateixa escala.

[Fundació Gala-Salvador Dalí, Museu Dalí, Figueres]

En general, la transformació canvia les propietats del sistema, excepte en el punt crític, on el sistema és invariant sota la transformació: el que obtenim és equivalent (estadísticament) al que teníem originalment. Dit d'una altra manera, després de la transformació ningú no pot dir quin era l'original i quin el resultat, si partim de l'estat crític. La figura 3 il·lustra, de fet, com procedeix aquesta transformació en tres casos diferents (un per a cada columna), on cada fila és una aplicació successiva de la transformació. Com que en els terratrèmols el que trobem és la invariança sota la transformació del grup de renormalització, tenim una prova més a favor de la criticalitat espontània d'aquest fenomen. En la figura 13 es mostra una aplicació d'aquestes idees allunyada de la física, en principi, però molt quotidiana en el fons.

Esperem que aquestes idees obrin un nou camp d'estudi per als terratrèmols i per a molts altres esdeveniments catastròfics. Molt recentment s'han estudiat dintre d'aquest context els temps de retorn de fenòmens meteorològics extrems, com ara pluges o altes temperatures, i els resultats són molt similars al cas dels terratrèmols.

AGRAÏMENTS

L'autor vol expressar el seu reconeixement al programa Ramón y Cajal del Ministerio de Ciencia y Tecnología, que des de l'any 2001 li ha permès estudiar i investigar la relació de les catàstrofes naturals amb els fenòmens crítics. La filosofia del malaurat Per Bak ha estat un estímul i una guia al llarg d'aquest anys, així com l'assistència i suport de M. García del Muro. Gràcies també als organitzadors del cicle de conferències *La física de cada dia*, de la Fundació Caixa Sabadell.

BIBLIOGRAFIA

P. BAK, *How nature works: the science of self-organized criticality*, Copernicus, Nova York, 1996.

B. A. BOLT, *Earthquakes*, 4a edició, W. H. Freeman and Company, Nova York, 1999.

K. CHRISTENSEN i N. MOLONEY, *Complexity and criticality*, Imperial College Press, Londres, 2005.

A. CORRAL, http://einstein.uab.es/acorralc/papers.html

B. D. MALAMUD, «Tails of natural hazards», *Physics World*, agost 2004, p. 31.

R. V. SOLÉ i S. C. MANRUBIA, *Orden y caos en sistemas complejos*, Edicions UPC, Barcelona, 2001.

J. VILA, «Com es mesura la grandària d'un terratrèmol?», *Revista de Física* 3 (3), 2002, pàg. 34.