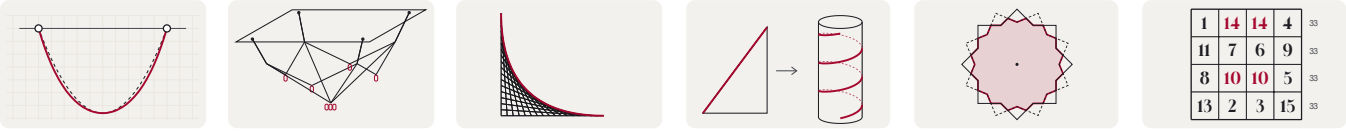
QUADERN D'ACTIVITATS · PER AL PROFESSORAT I L'ALUMNAT

Les matemàtiques de Gaudí a l'aula



Sis activitats per a alumnes de 12 a 14 anys que, entre totes, recorren els vuit capítols de «Les matemàtiques de Gaudí», una exposició itinerant del Centre de Recerca Matemàtica que es va estrenar a la Biblioteca de Ciència i Tecnologia de la UAB a l'octubre de 2026. Totes es fan amb material d'aula: fil, clips, paper vegetal, una cadeneta, un tub de cartró. La idea és que l'alumnat toqui la geometria abans de posar-li nom.

Cada activitat té fitxes per a l'alumnat, plantilles per imprimir quan calen i una pàgina de solucions i notes per al professorat. Es poden fer en qualsevol ordre i no cal haver vist l'exposició. Cada una remet al capítol corresponent de la pàgina web, on les figures es mouen.

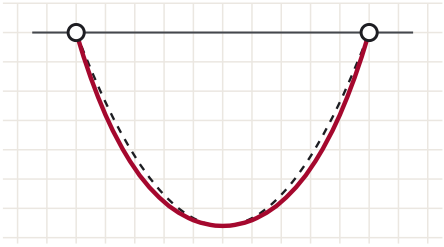
	Activitat	Sabers	Durada	Material principal
1	**Penja una cadena** Capítol 01	Sentit algebraic, numèric i de la mesura	50 min	Cadeneta de boles, dues xinxetes, suro
2	**Una església de cap per avall** Capítols 02–03	Sentit espacial i de la mesura	25 + 50 min	Fil, clips, tapa d'una capsa de sabates, mòbil
3	**Corbes fetes de rectes** Capítol 04	Sentit espacial, de la mesura i algebraic	30 + 50 min	Regle, cartolina, fil elàstic
4	**Una recta que s'enrosca** Capítol 05	Sentit de la mesura, numèric i espacial	50 min	Tub de cartró, cinta adhesiva
5	**L'estrella que puja** Capítols 06–07	Sentit espacial, numèric i algebraic	50 min	Paper vegetal, xinxeta, goma
6	**El teu quadrat (gairebé) màgic** Capítol 08	Sentit numèric i algebraic	50 min	Llapis i colors

Les plantilles s'han d'imprimir al 100 %, sense ajustar-les a la pàgina. Totes les fitxes es poden imprimir en blanc i negre. Cada activitat també es pot descarregar per separat a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 1 · CAPÍTOL 01 · LA CATENÀRIA

Penja una cadena

Galileu va escriure que una cadena penjada dibuixa una paràbola, i que l'encert és més gran com menys penja. Amb una cadeneta, dues xinxetes i un regle ho pots comprovar.



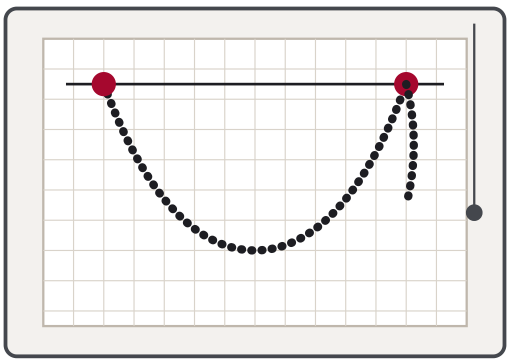
Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	Grups de tres
MATERIAL	Una cadeneta de boles d'uns 50 cm (com les de les persianes o dels clauers), dues xinxetes, una planxa de suro o un cartró gruixut, la graella de la pàgina 4, regle, llapis i tres colors.

Prediu Abans de penjar la cadena: quina forma creus que farà? Dibuixa-la a mà alçada entre els dos punts.

1 Penja la cadena

1. Imprimeix la graella sense ajustar-ne la mida i comprova amb el regle que la barra de control fa 5 cm.
2. Enganxa la graella al suro i posa'l dret contra la paret. La línia d'A a B ha de quedar horitzontal.
3. Clava una xinxeta a A i una altra a B i penja-hi la cadena. Allarga-la o escurça-la fins que el punt més baix toqui V_1, 5 cm per sota. La cadena que sobri, deixa-la penjar per fora de les xinxetes.
4. Quan estigui quieta, fes un punt de color allà on la cadena travessa cada línia vertical marcada. Treu la cadena i uneix els punts.
5. Torna a penjar-la, ara més llarga, fins que toqui V_2, 15 cm per sota, i repeteix el pas 4 amb un altre color.



la graella al suro, les xinxetes i el clip

Un clip penjat d'un fil et marca la vertical. La gravetat també serveix per a això.

2 Calcula la paràbola

La paràbola que passa per A, per B i pel punt més baix es pot calcular punt a punt. Si x és la distància al centre, en centímetres, la profunditat per sota de la línia AB és:

Paràbola de 5 cm: profunditat = $5 - x \times x \div 20$

Paràbola de 15 cm: profunditat = $15 - 0{,}15 \times x \times x$

x (cm)	0	2	4	6	8	10
Paràbola de 5 cm	5					0
Paràbola de 15 cm	15					0

> La corba és simètrica: a $x = -4$ la profunditat és la mateixa que a $x = 4$. Marca els punts de la taula a banda i banda del centre amb el tercer color i uneix-los.

3 Compara

P1 Amb la cadena de 5 cm, quina és la distància més gran entre la cadena i la paràbola? _____ mm

P2 I amb la de 15 cm? _____ mm. On és més gran la diferència: a prop del centre, a prop de les xinxetes o a mig camí?

P3 La cadena queda per sobre o per sota de la paràbola?

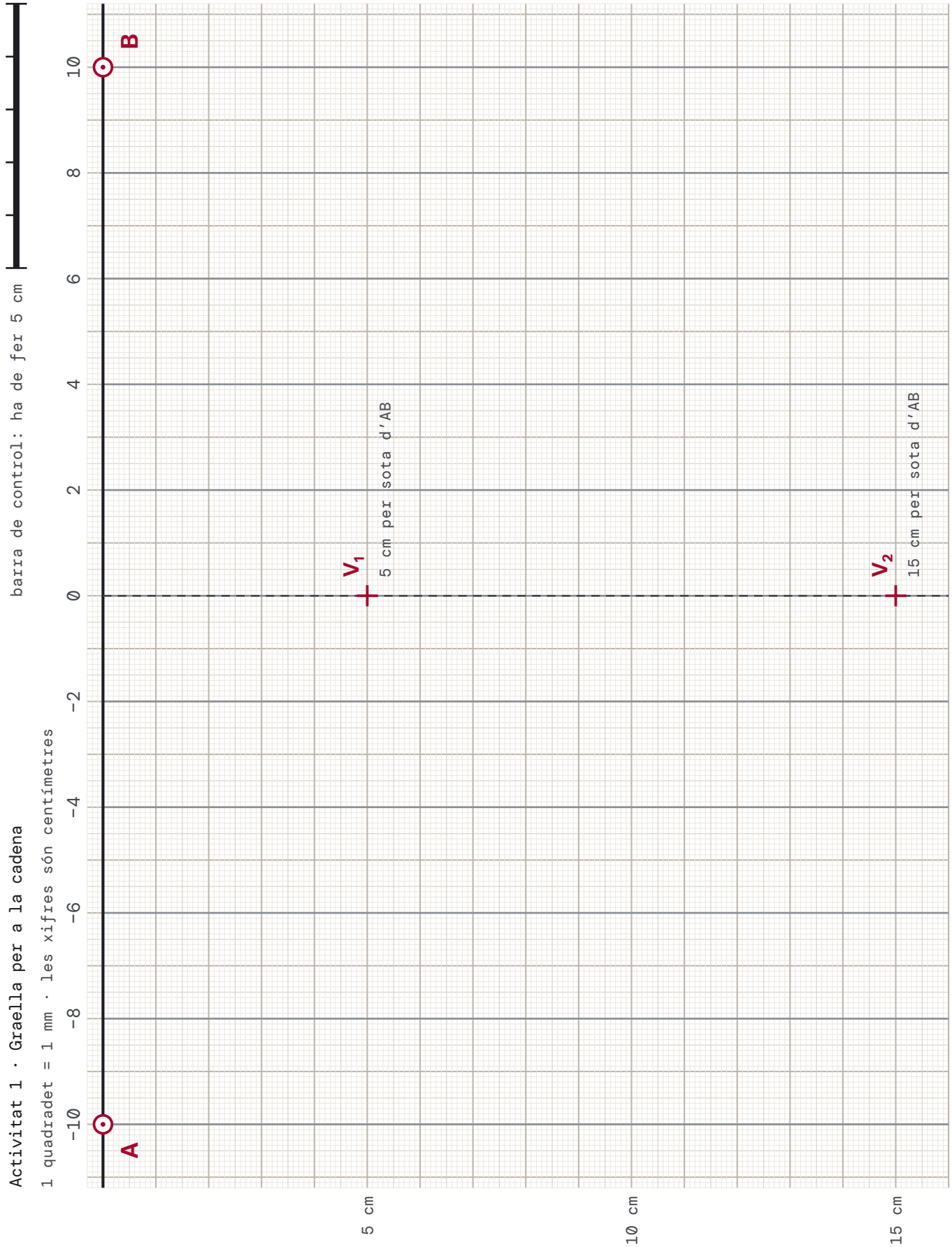
P4 Galileu deia que l'encert és més gran com menys penja la cadena. Les teves mesures li donen la raó? Explica-ho amb dues de les teves dades.

P5 Gira el full de cap per avall: la cadena s'ha convertit en un arc. Dibuixa fletxes en tres punts de l'arc que mostrin cap on empeny cada tros d'arc el tros que té a sota. Les voltes gòtiques necessitaven contraforts, uns murs de suport per fora de l'edifici, i Gaudí en deia «crosses». Per què creus que el seu arc no en necessita?

PER ANAR MÉS LLUNY

Busca catenàries fora de classe: un cable entre dos pals, el fil d'estendre la roba, una cadena penjada entre dos pilons. A l'àtic de la Pedrera, a Barcelona, n'hi ha 270, de maó i del revés: són els arcs que aguanten la teulada.

Gira el full un quart de volta cap a la dreta, perquè la línia AB quedi a dalt. Abans de començar, comprova amb el regle que la barra de control fa 5 cm.



Penja una cadena

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Calcular i representar punts a partir d'una expressió, operar amb decimals, comparar una mesura amb un model i explicar per què una forma serveix per construir.

SABERS

Sentit algebraic (taules i gràfiques a partir d'una expressió) · Sentit numèric (decimals) · Sentit de la mesura.

CONSELLS

- La cadeneta de boles es ven a les ferreteries, per a persianes, i es talla amb unes alicates. Un collaret prim també serveix.
- Comproveu la barra de control: si la impressora ha reduït el full, les mesures no quadraran amb la taula.
- Sense suro, un cartró gruixut enganxat a la paret i la cadena fixada amb cinta adhesiva a A i B fan el mateix servei.
- El suro ha d'estar vertical. Si s'inclina, la cadena frega el paper i no penja lliure.

PER QUÈ LA CADENA NO ÉS UNA PARÀBOLA

Una paràbola és la forma d'un cable que aguanta un pes repartit per igual en horitzontal, com el tauler d'un pont penjant. La cadena té el mateix pes per cada centímetre de cadena, i a prop de les xinxetes, on va més dreta, hi ha més cadena per cada centímetre d'amplada. La corba exacta és la catenària, $y = a \cdot \cosh(x / a)$, que van trobar el 1691 Leibniz, Huygens i Johann Bernoulli, cadascú pel seu compte.

SOLUCIONS

x (cm)	0	2	4	6	8	10
Paràbola 5	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0
Cadena 5*	5	4,8	4,2	3,3	1,9	0
Paràbola 15	15	14,4	12,6	9,6	5,4	0
Cadena 15*	15	14,6	13,2	10,7	6,5	0

* Valors calculats amb la catenària. Les mesures reals poden variar 1 o 2 mm per punt.

- P1 Menys d'1 mm (0,9 mm com a molt, cap a $x = \pm 7$). A la pràctica coincideixen.
- P2 Uns 12 mm, entre el centre i les xinxetes, més a prop de les xinxetes (cap a $x = \pm 7$). A les línies marcades es veuen uns 11 mm, a $x = \pm 8$.
- P3 Per sota: la cadena baixa més que la paràbola.
- P4 Sí: menys d'1 mm quan la cadena penja poc, més d'1 cm quan penja molt.
- P5 Les fletxes van al llarg de l'arc, tangents a la corba. L'empenta segueix la forma de l'arc fins a terra: no se n'escapa res de la pedra, i no cal res a fora que l'aguanti. A les voltes gòtiques, l'empenta arriba a dalt dels murs i s'ha de portar a terra amb contraforts i arcbotants.

Per continuar: el capítol 01 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb una cadena que es pot girar, i el vídeo «Catenàries per superar el gòtic» (ESO) a educa.sagradafamilia.org.

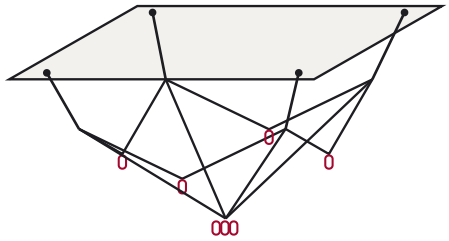
PER LLEGIR MÉS

- Block, P., DeJong, M. i Ochsendorf, J. (2006). «As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches». *Nexus Network Journal*, 8(2), 13–24. Es pot llegir de franc al web del MIT.
- Fernández Jiménez, A. (2020). «La catenaria y su influencia en la arquitectura de Gaudí». *La Gaceta de la RSME*, 23(2), 303–323.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 2 · CAPÍTOLS 02 I 03 · LA MAQUETA PENJADA

Una església de cap per avall



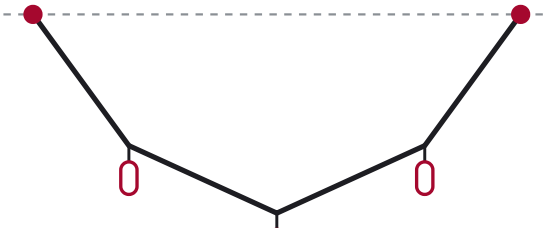
Per projectar l'església de la Colònia Güell, Gaudí va penjar del sostre una maqueta feta de cordes i saquets de perdigons, i hi va treballar uns deu anys. La fotografiava, girava la foto i hi dibuixava l'edifici a sobre. Tu en faràs una de petita, amb fil i clips.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	Part A, 25 minuts. Part B, una sessió de 50 minuts.
AGRUPAMENT	Grups de tres o quatre
MATERIAL	Fil de cosir gruixut o cordill prim (uns 3 m), una trentena de clips petits, regle, transportador, un full A3 (o dos A4 enganxats), la tapa d'una capsa de sabates, cinta adhesiva, tisores, dues piles de llibres d'uns 30 cm, un mòbil o una tauleta per fer fotos i la plantilla de la pàgina 8. Per fer els forats, un punxó, que ha de fer servir un adult.

A Un fil i tres clips

1. Lliga un fil entre dos punts a la mateixa altura i a 30 cm l'un de l'altre, de manera que entre tots dos quedin 40 cm de fil: dues xinxetes en un suro, o dues piles de llibres iguals.
2. Doblega tres clips en forma de ganxo i penja'ls del fil a 10, 20 i 30 cm d'un extrem.
3. Posa el full A3 darrere el fil i marca on són els clips i els dos extrems. Uneix les marques amb el regle.



fil de 40 cm amb tres clips iguals

A1 Entre clip i clip, el fil fa corba o va recte? On canvia de direcció?

A2 Mesura amb el transportador l'angle que fa el fil a cada clip. Després penja un segon clip al costat del primer i torna a mesurar.

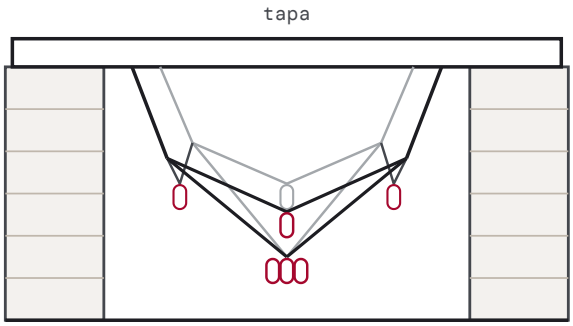
	Clip 1	Clip 2	Clip 3
Un clip a cada punt			
Dos clips al primer punt			

A3 Què li passa a l'angle quan hi ha més pes? I a la resta del fil?

A4 Gira el dibuix de cap per avall i imagina'l de pedra, amb els pesos a sobre: cada tram empeny el següent i el conjunt s'aguanta dret. Els enginyers en diuen polígon funicular. Si hi volguessis posar més pes en un punt, com hauria de ser l'angle allà?

B L'església a la capsa

1. Retalla la plantilla de la pàgina 8, amb un marge d'1 cm al voltant del quadrat, i enganxa-la al mig de la cara de fora de la tapa. Un adult hi fa un forat a cada punt C.
2. Talla els fils: quatre columnes de 10 cm, quatre arcs de 24 cm i dues diagonals de 32 cm. Ja hi compten els nusos.
3. Passa cada columna per un forat i fes-hi un nus gros per sobre. A l'altre extrem, lliga-hi un clip: serà un nus de la xarxa.
4. Lliga cada arc entre dos clips veïns i cada diagonal entre dos clips oposats. On es creuen les diagonals, lliga-les juntes.
5. Posa la tapa damunt les piles de llibres, amb els fils penjant. Penja un clip al mig de cada arc i tres al centre.



la tapa sobre dues piles de llibres, amb la xarxa penjant a sota

B1 Mira els fils de les columnes. Són verticals? Cap a on s'inclinen?

B2 Penja tres clips més al centre. Què fan les columnes? I els arcs?

B3 Fes una foto des del costat, amb el mòbil a l'altura de la xarxa, i gira-la 180°. On són els arcs, les columnes i la volta?

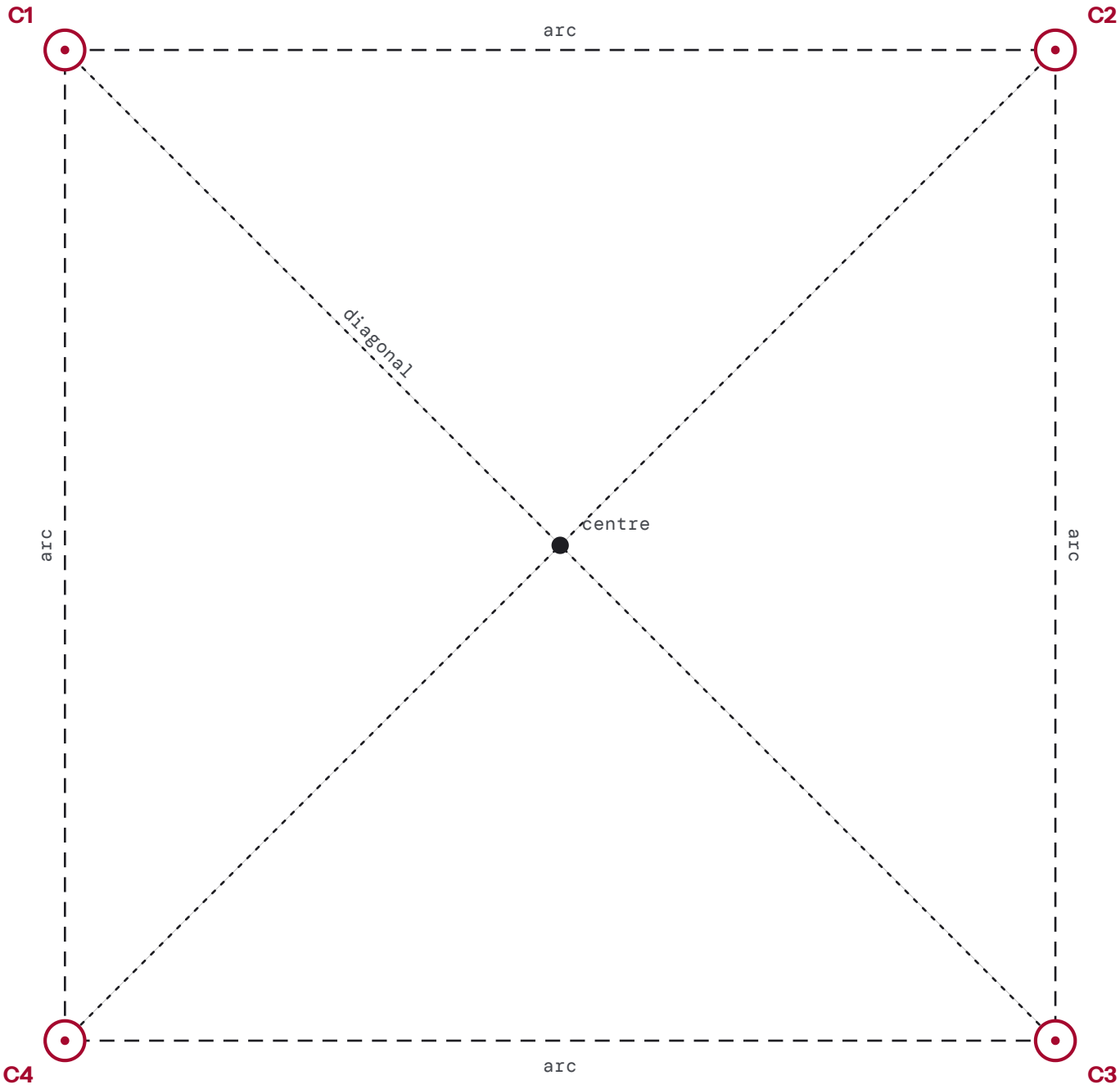
B4 Imprimeix la foto girada, o calca-la amb paper vegetal sobre la pantalla, i dibuixa-hi parets, finestres i una porta. Gaudí feia això mateix sobre les fotos girades de la seva maqueta. El Museu Nacional d'Art de Catalunya en conserva dues.

PER ANAR MÉS LLUNY

Canvia de lloc un sol pes i mira què es mou: es mou tot. Per això la maqueta de Gaudí funcionava com un ordinador. Quan ell canviava una càrrega, la gravetat recalculava l'església sencera en pocs segons.

Retalla la plantilla amb un marge d'1 cm al voltant del quadrat. Els forats, sempre amb un adult.

Planta de la teva església · enganxa-la a la cara de fora de la tapa



C1-C4: forats per a les columnes · línies de punts: arcs i diagonals



control: ha de fer 4 cm

Fil	Quants	Llargada amb nusos	Va de
Columna	4	10 cm	un forat C fins a un clip
Arc	4	24 cm	un clip fins al clip veí
Diagonal	2	32 cm	un clip fins al clip oposat

Una església de cap per avall

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Veure que un fil carregat fa trams rectes, relacionar el pes amb l'angle, comprovar que en una xarxa tot depèn de tot, mesurar angles i fer girs de 180°.

SABERS

Sentit espacial (girs) · Sentit de la mesura (angles). Connexió amb Tecnologia: estructures, tracció i compressió.

CONSELLS

- Un fil que no s'estiri, de cotó gruixut, dona formes més netes. Feu servir clips iguals, perquè pesin el mateix.
- Per guanyar temps, podeu enganxar les plantilles i fer els forats abans de la part B. La tapa ha de fer almenys 18 cm d'amplada; si és més petita o es doblega, un cartró gruixut fa el mateix servei. Si els clips del centre toquen la taula, afegiu un llibre a cada pila.
- Per a la foto, el mòbil quiet sobre una pila de llibres, a l'altura dels fils. L'editor de fotos gira la imatge 180°.
- La part A es pot fer amb el suro de l'activitat 1.

LA MAQUETA DE GAUDÍ

Gaudí va rebre l'encàrrec el 1898 i va treballar uns deu anys amb la maqueta, a escala 1:10 i carregada amb saquets de perdigons. Les obres van començar el 1908 i es van aturar el 1914: només se'n va construir la cripta. Dues de les fotografies girades on va dibuixar amb carbonet i clarió, una vista de l'exterior i una de l'interior, són al Museu Nacional d'Art de Catalunya. El 1982–1983, un equip de l'institut de Frei Otto a Stuttgart, l'Institut für leichte Flächentragwerke, va reconstruir la maqueta, que avui és al Museu de la Sagrada Família. A l'exposició de l'antiga cooperativa de la Colònia Güell n'hi ha una reproducció.

SOLUCIONS

- A1 Entre clip i clip el fil va recte. Canvia de direcció a cada clip.
- A2 Amb clips iguals, el càlcul dona uns 151° als clips dels costats i uns 131° al del mig. Amb dos clips al primer punt, uns 136°, 139° i 154°. Les mesures reals se'n poden separar uns quants graus.
- A3 Com més pes, més tancat l'angle. I es mou tot el fil, no només aquell punt.
- A4 Més tancat, més punxegut.
- B1 No. S'inclinen cap al centre, perquè els arcs i les diagonals les estiren cap a dins.
- B2 Les columnes s'inclinen una mica més cap al centre i els arcs s'hi acosten. Són canvis de pocs mil·límetres: compareu dues fotos fetes des del mateix lloc.
- B3 A la foto girada, la tapa és el terra. Les columnes pugen inclinades cap a dins i els arcs i les diagonals fan arcs i una volta, amb el punt més alt al centre.

Per continuar: els capítols 02 i 03 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb una corda i una xarxa interactives; l'exposició en línia «Gaudí, l'arquitecte» del MNAC, amb les dues fotografies dibuixades; i el vídeo «El mètode de models invertits. La Colònia Güell» a educa.sagradafamilia.org.

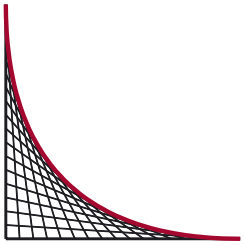
PER LLEGIR MÉS

- Tomlow, J. (1989). *Das Modell / The Model / El modelo* (IL 34). Stuttgart: Institut für leichte Flächentragwerke. Es pot llegir de franc al web de l'ILEK.
- Huerta, S. (2003). «El cálculo de estructuras en la obra de Gaudí». *Ingeniería Civil*, 130, 121–133.
- Roca i Fabregat, P. (2005). *Antoni Gaudí i el disseny estructural*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans. Es pot llegir de franc al web de l'IEC.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 3 · CAPÍTOL 04 · SUPERFÍCIES REGLADES

Corbes fetes de rectes



En aquesta activitat només dibuixaràs rectes, amb regle. Les corbes sortiran soles. Gaudí va aprofitar aquest fet per aixecar formes corbes amb peces rectes, com les lluernes de les voltes de la Sagrada Família.

Nom _____ Grup _____ Data _____

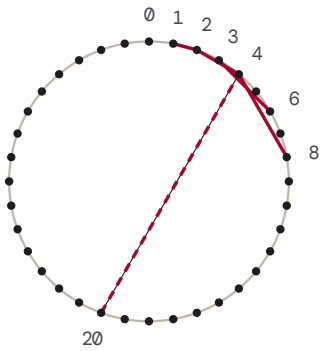
DURADA	Part A, uns 30 minuts. Part B, una sessió de 50 minuts.
AGRUPAMENT	Part A, individual. Part B, en parelles.
MATERIAL	Regle, llapis de colors, les plantilles de les pàgines 12 i 13, cartolina, cola, tisores i uns 2 m de fil elàstic (el de fer polseres).

A Rectes que fan corbes

1 A la plantilla de la pàgina 12 hi ha un angle recte amb els costats numerats de l'1 al 10. Uneix amb el regle l'1 d'un costat amb l'1 de l'altre, el 2 amb el 2, i així fins al 10. La primera recta ja hi és.

2 Al cercle «× 2» hi ha 36 punts numerats del 0 al 35. Uneix cada número amb el seu doble: l'1 amb el 2, el 2 amb el 4, el 3 amb el 6... Quan el doble passi de 35, resta-li 36: el 20 va amb el 40 − 36 = 4.

3 Al cercle «× 3», fes el mateix amb el triple: l'1 amb el 3, el 2 amb el 6... Resta 36 tantes vegades com calgui.



així comença el «× 2»: 1 amb 2, 2 amb 4, 3 amb 6, 4 amb 8… i 20 amb 4

A1 A l'angle has dibuixat deu rectes. Quina forma hi apareix?

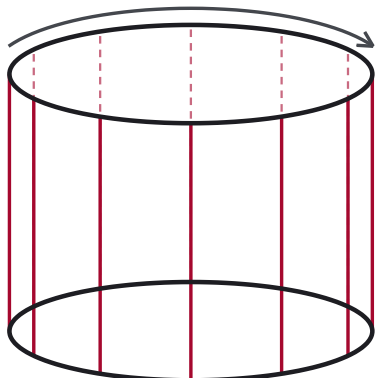
A2 Si cada costat tingués 20 marques en lloc de 10, la corba es veuria més suau o menys? Per què?

A3 Quina figura surt al cercle «× 2»? Se'n diu cardioide. D'on creus que li ve el nom?

A4 Quantes puntes té la figura del cercle «× 3»? I la del «× 2»? Endevina quantes en tindria la del «× 4».

B Un hiperboloide de fil

1. Enganxa la pàgina 13 sobre cartolina i retalla el cercle de baix i el cercle de dalt. Fes una osca petita, de 3 mm, a cada marca.
2. Lliga el fil elàstic a l'osca 1 del cercle de baix. Puja'l fins a l'osca 1 del de dalt, passa'l per sobre fins a la 2, baixa'l fins a la 2 de baix, i així fins a la 12. Lliga'n l'extrem.
3. La teva parella aguanta el cercle de baix sobre la taula. Tu aguantes el de dalt uns 12 cm més amunt, amb les osques una sobre l'altra. Tens un cilindre fet de fils rectes.
4. Gira el cercle de dalt una osca, dues, tres... fins a sis. Cada vegada, mesura amb el regle l'amplada de la cintura, al punt més estret, i apunta-la a la taula.



el fil puja i baixa per les osques

Osques girades	0	1	2	3	4	5	6
Graus	0	30	60	90	120	150	180
Cintura mesurada (cm)							
Cintura dibuixada (cm)							

B1 Comprova-ho dibuixant. Al cercle que no es retalla, a la pàgina 13, traça la recta que va del punt 1 al punt 4: és el que fa un fil, vist des de dalt, quan gires tres osques. Marca'n el punt del mig, mesura'n la distància fins al centre i multiplica-la per 2. Fes-ho per a cada gir (de l'1 al 2, de l'1 al 3...) i omple l'última fila de la taula.

B2 Les dues últimes files de la taula s'assemblen? Què passa quan gires sis osques (180°)?

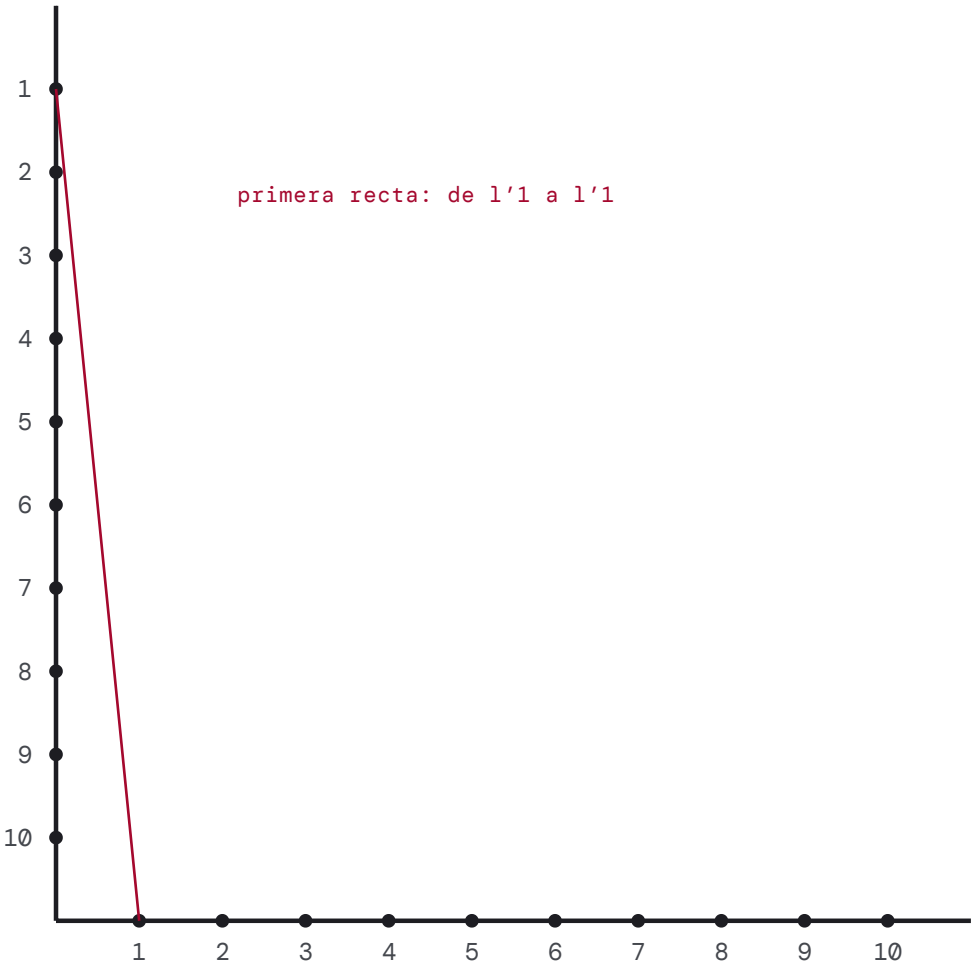
B3 Per què el dibuix i la maqueta donen el mateix? Pista: mira la maqueta des de dalt.

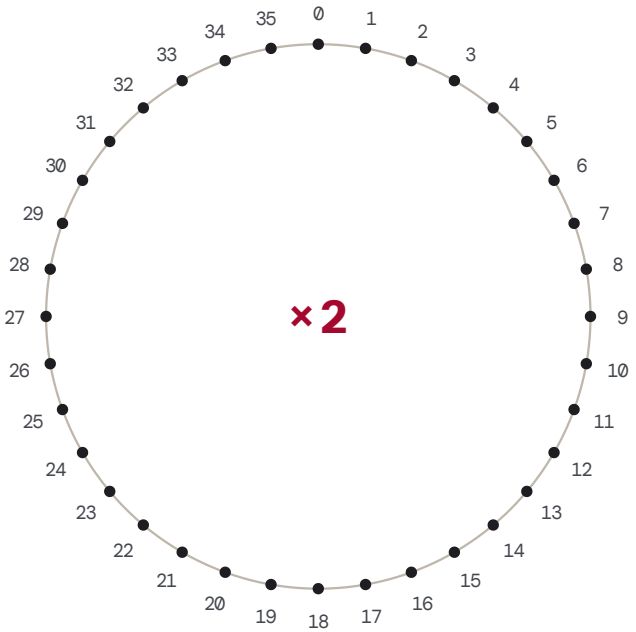
PER ANAR MÉS LLUNY

Prova el «× 4», el «× 5» i el «× 6» en cercles dibuixats per tu i comprova si es compleix el que vas endevinar a la pregunta A4. I mira el teu hiperboloide: és tot corbes, però està fet només de fils rectes. Per això es pot construir amb barres, taulons d'encofrat o un fil ben tibant.

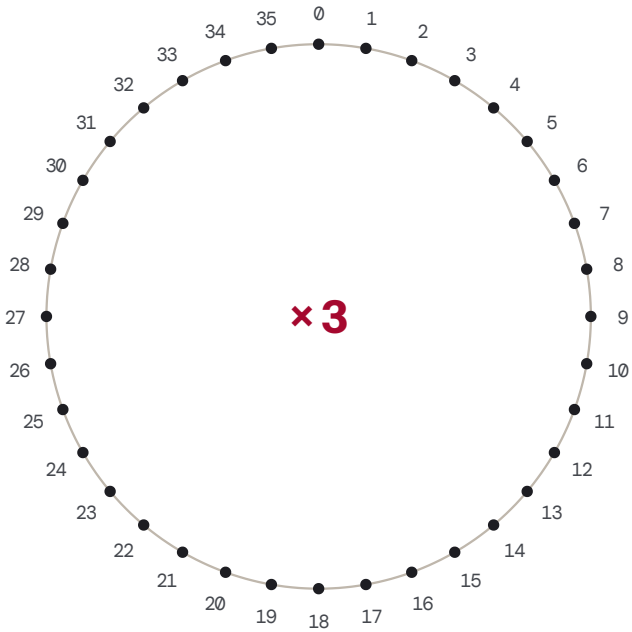
Plantilla de la part A. No cal retallar res.

Rectes que fan una corba





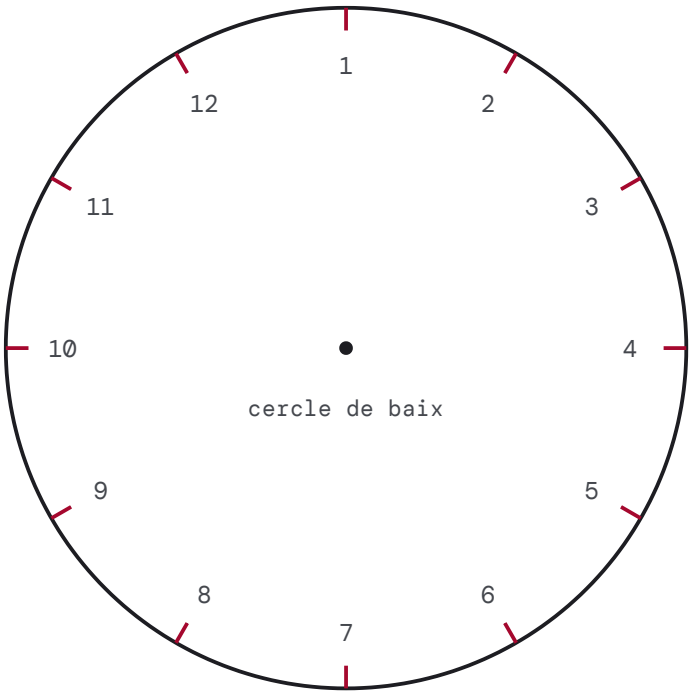
uneix cada número amb el seu doble

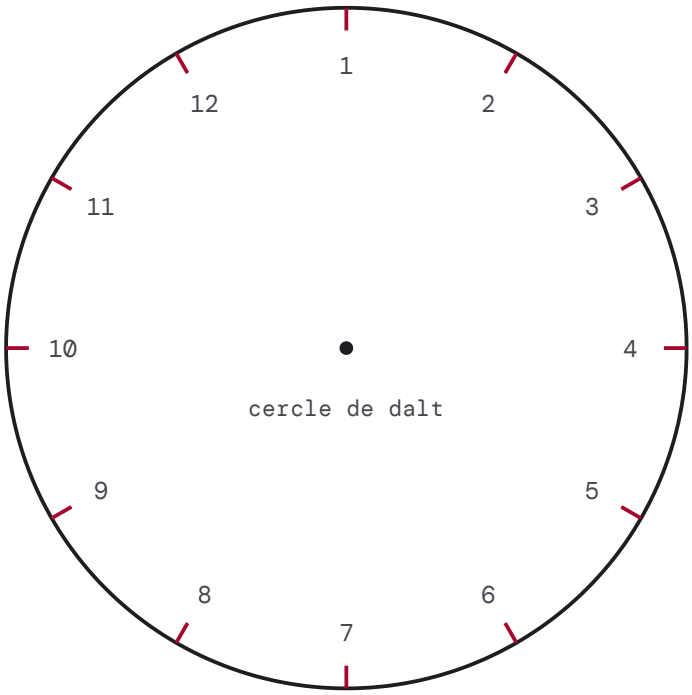


uneix cada número amb el seu triple

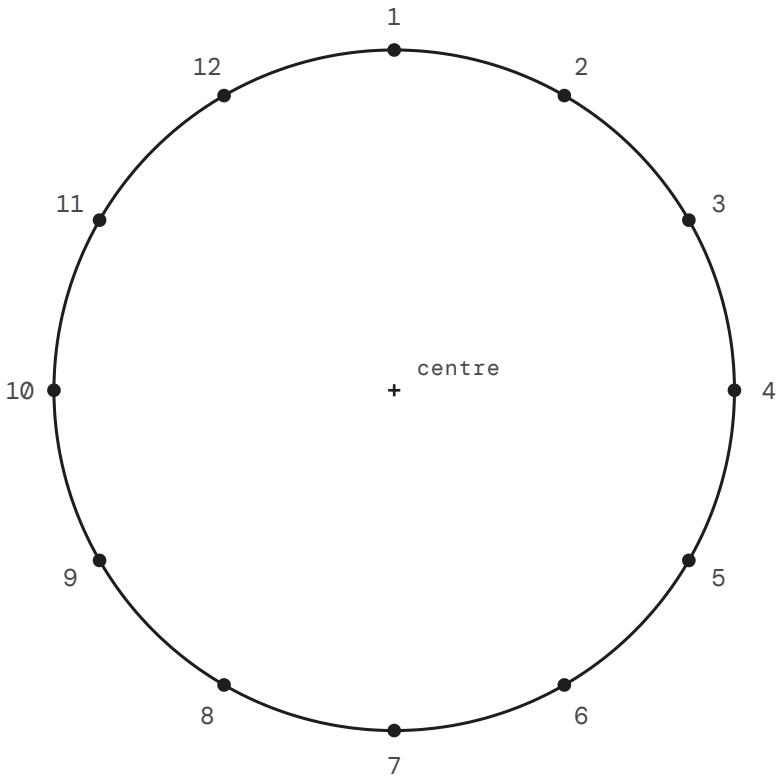
Plantilla de la part B. Imprimeix-la al 100 % i enganxa-la sobre cartolina.

Retalla els dos cercles i fes una osca a cada marca





Per dibuixar: la cintura vista des de dalt (aquest no el retallis)



Corbes fetes de rectes

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Descobrir que una corba pot sortir d'un feix de rectes, trobar patrons amb la multiplicació i el residu i comparar una mesura amb una construcció geomètrica.

SABERS

Sentit espacial · Sentit de la mesura · Sentit algebraic (patrons).

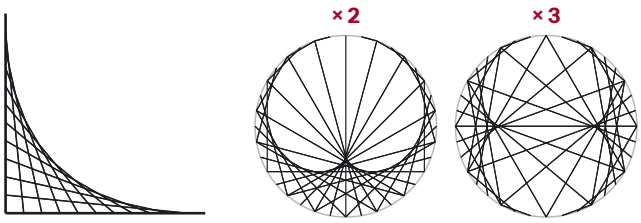
CONSELLS

- A la part A, un llapis ben esmolat i un regle transparent donen corbes molt més netes.
- El fil elàstic manté els dotze fils tibants. Si no en teniu, feu servir fil normal i estireu el cercle de dalt cap amunt perquè els fils quedin tibants. Quan el gireu, baixarà una mica, però la cintura no canvia.
- Per mesurar la cintura, regle horitzontal a mitja alçada, sense prémer els fils.

GAUDÍ I LES SUPERFÍCIES REGLADES

Gaudí va fer servir hiperboloides a les lluernes de la Sagrada Família, paraboloides hiperbòlics a voltes i unions, i conoides a la teulada de les Escoles. Totes són superfícies reglades: per cada punt hi passa almenys una recta sencera.

SOLUCIONS



l'angle · «× 2», una cardioide · «× 3», una nefroide

- A1 Una corba que arrodoneix la cantonada: és un arc de paràbola, la corba que toca totes les rectes.
- A2 Més suau: hi ha més rectes i més juntes. La corba no es mou de lloc.
- A3 Un cor amb una punta. Cardioide ve del grec kardia, cor.
- A4 × 3: dues puntes (es diu nefroide, «en forma de ronyó»). × 2: una. × 4: tres. Multiplicar per k dona $k - 1$ puntes.

Osques	0	1	2	3	4	5	6
Cintura (cm)	9,0	8,7	7,8	6,4	4,5	2,3	0

- B2 Sí, amb diferències de pocs mil·límetres. Com que els fils van per dins de les osques, 3 mm cap a dins, la cintura mesurada surt una mica més estreta: 8,4 cm sense girar. A 180° tots els fils passen pel centre: la cintura desapareix i queden dos cons que es toquen per la punta.
- B3 Vist des de dalt, cada fil és una corda del cercle. El punt del fil més proper a l'eix és el del mig, a mitja alçada, i la seva distància al centre és la del punt mitjà de la corda. A 4t d'ESO: cintura = $D \cdot \cos(\text{gir} / 2)$.

Per continuar: el capítol 04 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb un hiperboloide que es pot girar; el simulador «Mathologer's multiplication on a circle with modulo» de Red Blob Games, que fa les taules sobre un cercle; i el vídeo «Voltes foradades» (ESO) a educa.sagradafamilia.org.

PER LLEGIR MÉS

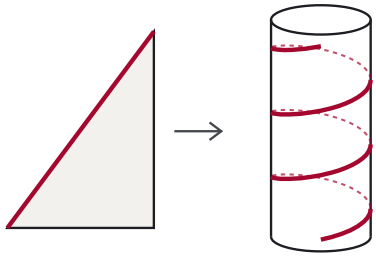
- Alsina, C. i Gómez Serrano, J. (2002). «Gaudí, geométricamente». *La Gaceta de la RSME*, 5(3), 523–539.
- Alsina, C. (2016). «Un templo de Geometría: la Sagrada Familia en 2026». *Suma*, 82, 35–42. Es pot llegir de franc al web de la revista.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 4 · CAPÍTOL 05 · CORBES VIVES

Una recta que s'enrosca

Retalla un triangle de paper i enrotlla'l al voltant d'un tub: la vora inclinada es convertirà en una hèlix, la corba de les molles i de les baranes de les escales de cargol.

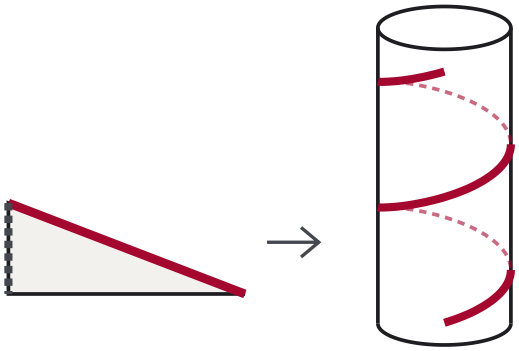


Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	En parelles
MATERIAL	La plantilla de la pàgina 17, un tub de cartró (el del paper de cuina o el del paper higiènic), tisores, cinta adhesiva i regle.

A Del triangle a l'hèlix

1. Retalla el triangle 1 i la tira per mesurar. La vora llarga i inclinada del triangle ja és de color.
2. Enganxa el costat curt del triangle (el de 5 cm) al llarg del tub, de dalt a baix i no al voltant, amb cinta adhesiva.
3. Enrotlla el triangle al voltant del tub, ben estret, i enganxa'n la punta.



el triangle s'enrotlla i la vora fa una hèlix

A1 Envolta el tub amb la tira i mesura'n la circumferència: C = _____ cm

A2 Quantes voltes fa el triangle al voltant del tub? Divideix: 26 ÷ C = _____

A3 Quant puja la línia de color en cada volta? Fes servir una proporció: si en 26 cm d'amplada puja 5 cm, en C cm puja _____ cm. Ara mesura-ho al tub. Coincideix?

A4 Repeteix-ho amb el triangle 2, que és el doble d'alt. Quant puja ara a cada volta? _____ cm

A5 Mira el tub de costat, amb els ulls a la seva altura, i dibuixa la part de la línia que veus. Després imagina que el tub és de vidre i afegeix-hi, amb una línia discontínua, la part que queda amagada. Quina forma fan les dues parts juntes?

A6 Una escala de cargol fotografiada des de dalt sembla una espiral plana, com la closca d'un cargol de mar (en tens una foto al capítol 05 de la pàgina web). Si l'escala és una hèlix, per què les voltes de més avall es veuen més petites a la foto?

B Una escala de cargol inventada

Cada esglaó d'aquesta escala puja 18 cm i gira 24°.

B1 Quants esglaons calen per fer una volta sencera? (Una volta són 360°.) _____

B2 Quant puja l'escala en una volta? _____ cm

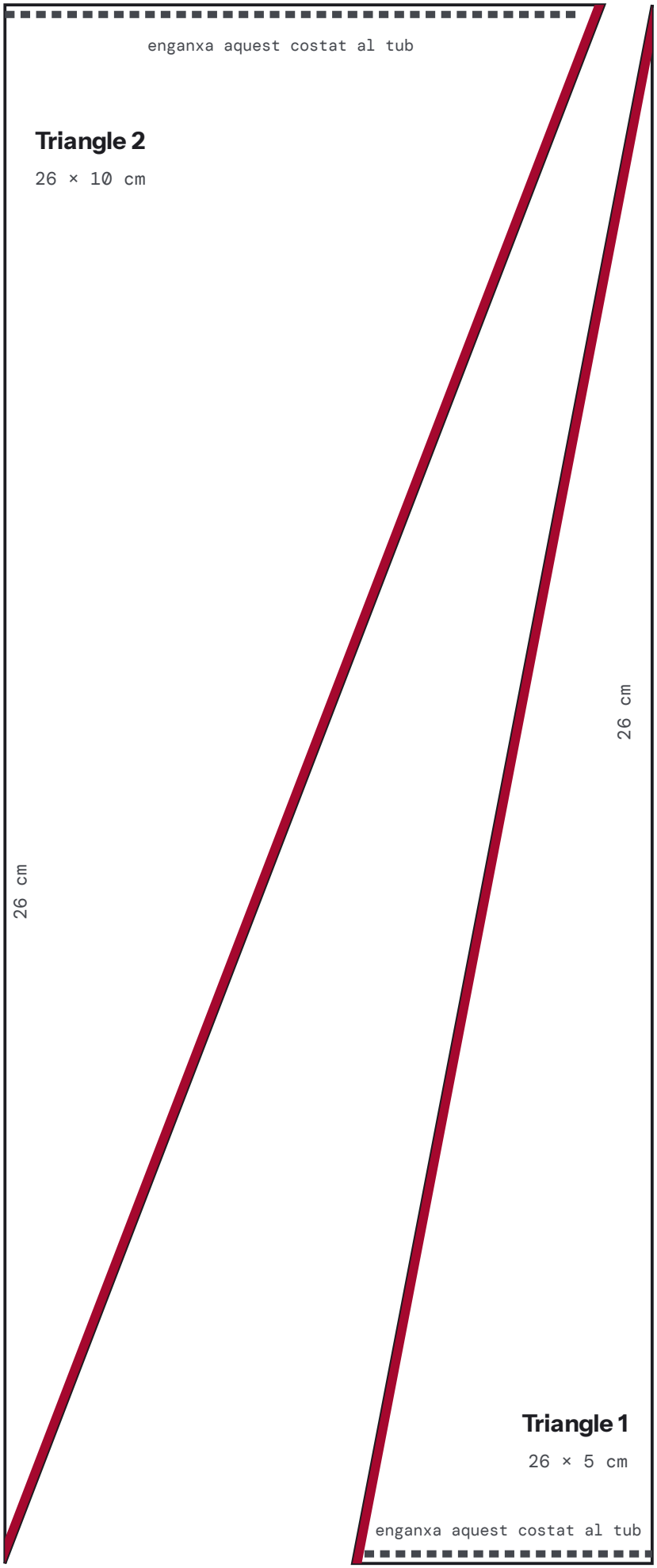
B3 Una torre fa 54 metres. Quants esglaons cal pujar per arribar a dalt? Quantes voltes fa l'escala?

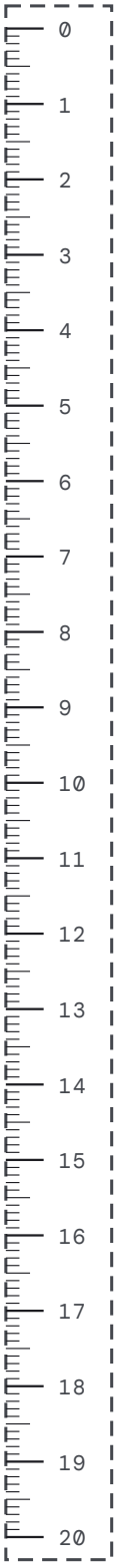
B4 Si poguessis desenrotllar la paret de l'escala com el paper del triangle, quina forma tindria la barana? Dibuixa la paret desenrotllada, amb la barana i alguns esglaons.

HÈLIX O HELICOIDE?

Una hèlix és una línia, com la vora del triangle. Un helicoide és una superfície: la que fa una recta que gira i puja alhora, com la rampa d'un aparcament. Classifica: una molla, la rampa d'un aparcament, la barana d'una escala de cargol, un tobogan en espiral, una molècula d'ADN.

Hèlix	
Helicoide	





tira per mesurar (cm)

Triangles per enrotllar i tira per mesurar

Retalla els dos triangles i la tira. La vora més gruixuda és la que es convertirà en hèlix. El costat de punts és el que s'enganxa al tub.

Una recta que s'enrosca

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Relacionar una figura plana amb la que en surt quan s'enrotlla, calcular amb proporcions, mesurar circumferències i fer servir els graus d'una volta.

SABERS

Sentit de la mesura · Sentit numèric (proporcionalitat) · Sentit espacial.

CONSELLS

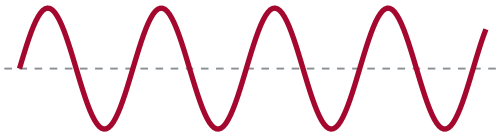
- Els tubs de paper higiènic o de cuina solen fer entre 12 i 14 cm de circumferència.
- Si el triangle s'escapa, que comencin pel costat curt i facin rodar el tub sobre la taula.
- La part B es pot fer sense material, només calculant.

GAUDÍ I LES HÈLIXS

Gaudí fa servir hèlixs a les escales de cargol de les torres, a les columnes i a les xemeneies. L'espiral que es veu quan es fotografia una escala de cargol des de dalt és un efecte de la perspectiva, no l'espiral logarítmica de les closques, encara que s'hi assembli.

SOLUCIONS

- A1 Entre 12 i 14 cm, segons el tub.
- A2 26 ÷ C: unes dues voltes.
- A3 5 × C ÷ 26. Amb C = 13 cm, 2,5 cm per volta.
- A4 El doble: amb C = 13 cm, 5 cm per volta. El que puja a cada volta és proporcional a l'alçada del triangle.
- A5 Una ona: una sinusoide. Vista de costat, l'hèlix $x = R\cos t$, $z = c\,t$ és la gràfica d'un cosinus. Al tub només es veu la meitat de davant de cada volta: arcs inclinats d'una vora a l'altra, un per volta.



- A6 Per la perspectiva: el que és més lluny es veu més petit.
- B1 360 ÷ 24 = 15 esglaons.
- B2 15 × 18 = 270 cm, és a dir, 2,70 m.
- B3 5400 ÷ 18 = 300 esglaons, i 300 ÷ 15 = 20 voltes.
- B4 Una recta inclinada, com la vora del triangle.
- Hèlix? Hèlix: la molla, la barana i l'ADN (de fet, dues hèlixs). Helicoide: la rampa i el tobogan.

Per continuar: el capítol 05 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, on l'hèlix es pot mirar de costat (una ona) o des de dalt (una espiral).

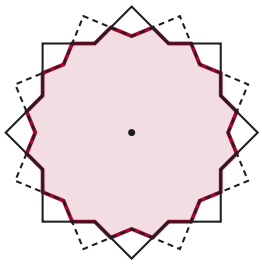
PER LLEGIR MÉS

- Alsina, C., Gómez Serrano, J. i Faulí, J. (2004). «La geometria i la mecànica a l'obrador de Gaudí». *Revista de Tecnologia*, 1, 12–27.
- Giralt-Miracle, D. (dir.) (2002). *Gaudí. La recerca de la forma*. Barcelona: Lunwerg.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 5 · CAPÍTOLS 06 I 07 · LA COLUMNA I EL MÒDUL

L'estrella que puja



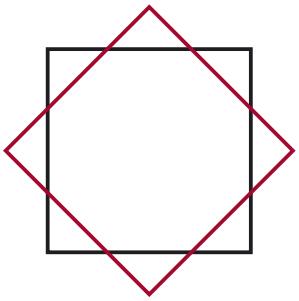
Les columnes de la nau central de la Sagrada Família comencen amb una estrella de vuit puntes i, a mesura que pugen, es tornen gairebé rodones. Ho fan girant alhora cap a la dreta i cap a l'esquerra. Amb dos fulls de paper vegetal pots veure com passa.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	En parelles
MATERIAL	Dos fulls de paper vegetal (o la plantilla de la pàgina 21 impresa dues vegades en paper vegetal), una xinxeta, una goma d'esborrar, llapis de colors, regle, una tira de paper de 16 cm i tisores.

A Dues estrelles que giren

1. Calca l'estrella i el cercle de marques de la pàgina 21 en dos fulls de paper vegetal.
2. Posa un full sobre l'altre, amb les estrelles ben encaixades, i clava la xinxeta al centre, sobre la goma.
3. Gira el full de dalt fins que la seva marca 0 quedi sobre la marca 1 del full de baix.
4. Pinta la part que és dins de les dues estrelles alhora.



dos quadrats, un girat 45°

A1 Quantes puntes té la figura que has pintat? _____

A2 Entre dues marques veïnes hi ha 22,5°. Comprova-ho: en una volta hi ha _____ marques, i 360 ÷ _____ = _____

A3 Ara gira el full de dalt una marca més (45° en total). Què passa amb la part comuna?

A4 La columna fa una cosa semblant, però les dues estrelles giren alhora, una cap a la dreta i l'altra cap a l'esquerra. La secció és la part que tenen en comú, i a dalt del primer tram ja té setze puntes. Si es repetís el procés amb la figura de setze puntes, quantes en sortirien? I la vegada següent? Què li passa a la forma quan les puntes són moltíssimes?

B Trams que es fan petits

A la columna de vuit puntes, el primer tram fa 8 metres. Cada tram següent fa la meitat d'alçada que l'anterior i torna a doblar les puntes.

Tram	Alçada del tram	Alçada total	Puntes a dalt
1	8 m	8 m	16
2			
3			
4			
5			

B1 Si poguessis continuar la taula sense parar, fins on arribaria l'alçada total?

B2 A la columna real, el fust s'acaba després del tercer tram, i a sobre hi ha el capitell. Quina alçada té el fust, i quantes puntes té a dalt?

B3 Talla la tira de 16 cm per la meitat. Del tros que et queda, talla'n la meitat, i així successivament. Posa en fila els trossos tallats: arriben mai als 16 cm?

B4 Amb fraccions: 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 = _____. I si hi afegeixes 1/32? _____ Quant falta per arribar a 1? _____

C Columnes que es poden comptar

A la Sagrada Família hi ha columnes de 6, 8, 10 i 12 puntes. El nombre de puntes ho decideix gairebé tot: el diàmetre és tantes dotzenes parts de 210 cm com puntes té la columna, i el primer tram fa tants metres com puntes.

Puntes	Diàmetre	1r tram	2n tram	3r tram	Fust
6	105 cm	6 m	3 m	1,5 m	10,5 m
8		8 m			14 m
10					
12	210 cm				

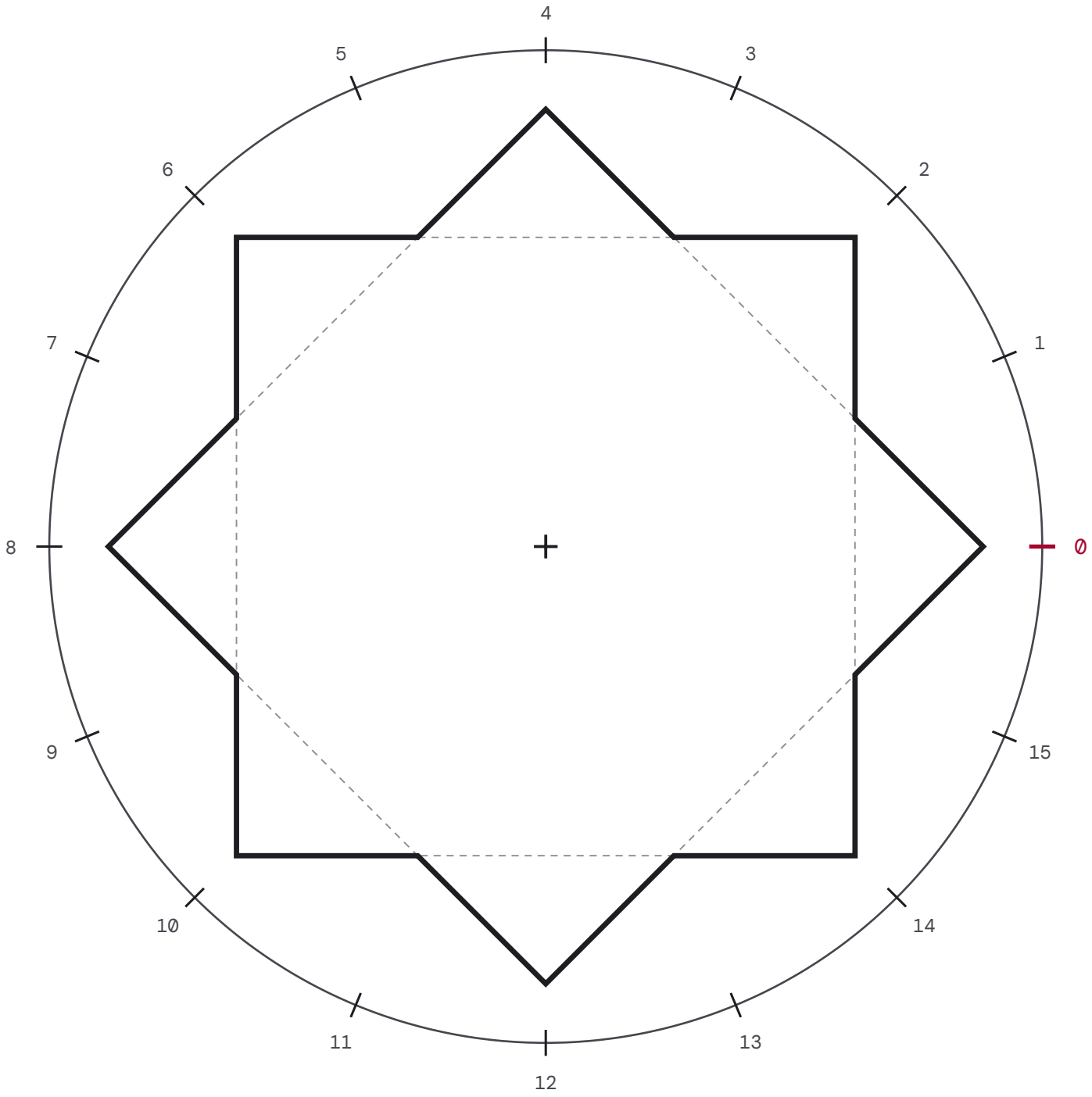
C1 Quants centímetres de diàmetre toquen a cada punta? _____ cm

C2 Compara el diàmetre amb l'alçada del fust. Quantes vegades més alt és? _____

C3 Les quatre columnes de 12 puntes són al creuer, sota la torre central, la més alta. Per què creus que són les més gruixudes?

Imprimeix aquesta pàgina dues vegades en paper vegetal, o calca-la dues vegades.

L'estrella de vuit puntes · calca-la dues vegades



les marques van cada 22,5° · la marca 0 cau sobre una punta

L'estrella que puja

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Explorar girs i simetries, descobrir una suma infinita amb un resultat finit, treballar amb fraccions i reconèixer magnituds directament proporcionals.

SABERS

Sentit espacial (girs i simetria) · Sentit numèric (fraccions) · Sentit algebraic (proporcionalitat).

CONSELLS

- Moltes impressores làser accepten paper vegetal. Si no, calqueu la plantilla o feu servir acetats.
- La goma sota la xinxeta fa d'eix i protegeix la taula.
- A la columna de veritat, el contorn de l'estrella és fet d'arcs de paràbola i no de rectes, però el procés és el mateix.

PER QUÈ 22,5°

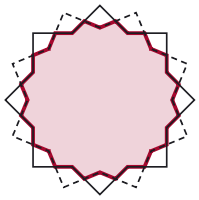
Amb qualsevol gir entre 0° i 45° la part comuna té setze puntes, però només a 22,5°, mig pas de l'estrella, són totes iguals. A 45° les dues estrelles tornen a coincidir. Per això, perquè la secció tingui setze puntes iguals, les dues estrelles han d'acabar el primer tram separades 22,5°.

LES COLUMNES

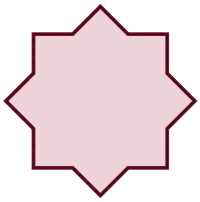
Les de 12 puntes són les quatre del creuer, de pòrfir vermell; les de 10, sota les torres dels evangelistes, de basalt negre.

Per continuar: els capítols 06 i 07 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, on es pot pujar per la columna i veure'n la secció, i comptar les alçades del temple en mòduls de 7,5 m; l'article «Columnes de la Sagrada Família: geometria, mecànica i materials d'un bosc de pedra» del blog de la Sagrada Família; i el vídeo «La columna de doble gir» a educa.sagradafamilia.org.

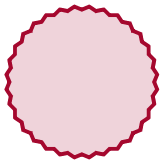
SOLUCIONS



gir de 22,5°: 16 puntes iguals



gir de 45°: tornen a coincidir



següent tram: 32 puntes

- A1 16.
- A2 16 marques; 360 ÷ 16 = 22,5°.
- A3 Les estrelles tornen a coincidir: la part comuna torna a ser una estrella de vuit puntes.
- A4 32, després 64… La forma s'acosta a un cercle.

Tram	2	3	4	5
Alçada del tram	4 m	2 m	1 m	0,5 m
Alçada total	12 m	14 m	15 m	15,5 m
Puntes	32	64	128	256

- B1 Fins a 16 m, sense arribar-hi mai.
- B2 14 m i 64 puntes. La resta de trams queden amagats dins el capitell, un nus en forma d'el·lipsoide, i la columna sencera fa 16 m, el doble del nombre de puntes.
- B3 No: sempre falta el tros que no has tallat.
- B4 15/16; 31/32; falta 1/32.

Puntes	Diàmetre	Trams	Fust
8	140 cm	8 + 4 + 2 m	14 m
10	175 cm	10 + 5 + 2,5 m	17,5 m
12	210 cm	12 + 6 + 3 m	21 m

- C1 17,5 cm per punta.
- C2 10 vegades: 14 m són 1400 cm, i 1400 ÷ 140 = 10. Passa a totes les columnes, i és la regla que dona la mateixa Sagrada Família: el fust fa deu vegades el diàmetre interior.
- C3 Perquè aguanten més pes.

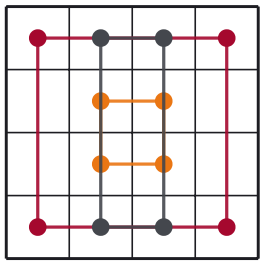
PER LLEGIR MÉS

- Bonet i Armengol, J. (2000). *L'últim Gaudí: el modulat geomètric del Temple de la Sagrada Família*. Barcelona: Pòrtic. En català i anglès.
- Burry, M. (ed.) (2007). *Gaudí Unseen: Completing the Sagrada Família*. Berlín: Jovis.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.

ACTIVITAT 6 · CAPÍTOL 08 · EL QUADRAT (GAIREBÉ) MÀGIC

El teu quadrat (gairebé) màgic



A la façana de la Passió de la Sagrada Família hi ha setze números que sumen 33 en files, columnes i diagonals. Els hi va posar l'escultor Josep Maria Subirachs, i no són de Gaudí. Aquí veuràs per què el seu quadrat no pot ser màgic del tot, i en faràs un amb la teva data de naixement.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	Individual o en parelles
MATERIAL	Llapis, colors i, si cal, una calculadora.

A El quadrat de Subirachs

A1 Suma cada fila, cada columna i les dues diagonals. Escriu els resultats a les caselles grises; els de les diagonals, a les de vora discontínua.

A2 Hi ha moltes més maneres de triar quatre caselles que sumin 33: les quatre cantonades, les quatre del centre... Marca-les unint les caselles amb una línia de color, com al dibuix de dalt. N'hi ha 88 en total. Quantes en trobes? .....

1	14	14	4	
11	7	6	9	
8	10	10	5	
13	2	3	15	

A3 Quins números es repeteixen? _____ Quins números de l'1 al 16 hi falten?

.....

A4 Un quadrat màgic «de debò» de 4 × 4 fa servir els números de l'1 al 16, cadascun una sola vegada. Quant sumen tots setze? (Pista: aparella l'1 amb el 16, el 2 amb el 15... Quantes parelles hi ha, i quant suma cada una?) .....
Si aquest total es reparteix en quatre files que sumin igual, quant ha de sumar cada fila? _____ Per què Subirachs no podia arribar a 33 sense repetir números?

.....

.....

B El teu quadrat d'aniversari

Escriu la teva data de naixement amb quatre números de dues xifres: A, el dia; B, el mes; C, les dues primeres xifres de l'any; i D, les dues últimes. Per exemple, el 15 de març de 2013 dona A = 15, B = 3, C = 20 i D = 13. Després omple el quadrat buit seguint la plantilla.

La plantilla

A	B	C	D
D + 1	C − 1	B − 3	A + 3
B − 2	A + 2	D + 2	C − 2
C + 1	D − 1	A + 1	B − 1

Exemple: 15-03-2013

15	3	20	13
14	19	0	18
1	17	15	18
21	12	16	2

El teu quadrat

B1 Comprova que les files, les columnes i les diagonals sumen el mateix. Quant sumen? Compara-ho amb A + B + C + D.

B2 Sumen el mateix les quatre cantonades? I cadascun dels quatre quadrats de 2 × 2 de les cantonades?

B3 Per què funciona? Mira la segona fila: D + 1, C − 1, B − 3, A + 3. Què passa amb el +1 i el −1, i amb el −3 i el +3, quan ho sumes tot? Fes el mateix amb la primera columna.

B4 Et pot sortir un zero o un nombre negatiu (si vas néixer al gener, B − 3 = −2). No passa res: el quadrat continua funcionant. Com el de Subirachs, el teu tampoc no és un quadrat màgic de debò. Per què?

PER ANAR MÉS LLUNY

Fes el quadrat de l'aniversari de Gaudí, que va néixer el 25 de juny de 1852. Quant sumen les files? Hi ha cap número repetit? I un altre repte: al quadrat que Albrecht Dürer va gravar el 1514, la fila de baix amaga l'any del gravat (15 14). On és la teva data, al teu quadrat?

El teu quadrat (gairebé) màgic

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Practicar el càlcul, fer servir l'estratègia de Gauss per sumar, entendre per què uns termes s'anul·len en una expressió i raonar per què una cosa és impossible.

SABERS

Sentit numèric · Sentit algebraic (expressions i equivalència).

CONSELLS

- A la part A, cada grup pot buscar combinacions i posar-les en comú a la pissarra.
- A la part B, qui no vulgui fer servir la seva data pot triar la d'un familiar o una d'inventada.

D'ON SURT EL QUADRAT DE SUBIRACHS

Del de Dürer, que suma 34. Subirachs el va girar mig tomb i va restar 1 a quatre caselles, una de cada fila, de cada columna i de cada diagonal: per això totes perden exactament 1. El 33 és l'edat que la tradició atribueix a Crist en morir.

EL QUADRAT D'ANIVERSARI

La plantilla circula amb el nom de «quadrat de Ramanujan», perquè se sol mostrar amb la data de naixement del matemàtic indi Srinivasa Ramanujan, el 22-12-1887.

SOLUCIONS

- A1 Totes sumen 33.
- A2 Les cantonades (1 + 4 + 13 + 15), el centre (7 + 6 + 10 + 10), els quatre quadrats de 2 × 2 de les cantonades (1 + 14 + 11 + 7, 14 + 4 + 6 + 9, 8 + 10 + 13 + 2, 10 + 5 + 3 + 15), les caselles del mig de la primera i l'última fila (14 + 14 + 2 + 3), els extrems de les dues files del mig (11 + 9 + 8 + 5)… Comptant caselles, i no valors, n'hi ha 88 de quatre caselles. Si es compten tots els grups de tres a set caselles (els 88 inclosos), en surten 310, la xifra que dona la Sagrada Família.
- A3 Es repeteixen el 10 i el 14; falten el 12 i el 16.
- A4 8 parelles de 17: 136. 136 ÷ 4 = 34. Per a 33 caldria que el total fos 132, i amb els números de l'1 al 16 un cop cadascun sempre és 136.
- B1 Sempre A + B + C + D. A l'exemple, 51.
- B2 Sí, les cantonades i els quatre quadrats de 2 × 2, i també els quatre del centre.
- B3 Cada fila, columna i diagonal té A, B, C i D una vegada, més uns números que sumen zero (a la segona fila, +1 − 1 − 3 + 3; a la primera columna, +1 − 2 + 1).
- B4 Es poden repetir números, i no són els de l'1 al 16.
- Gaudí 25 + 6 + 18 + 52 = 101, i cap número no es repeteix.

Per continuar: el capítol 08 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb el quadrat de Subirachs i el de Dürer per tocar; l'article «El quadrat màgic de la façana de la Passió» del blog de la Sagrada Família; i la fitxa de «Melencolia I» de la National Gallery of Art de Washington.

PER LLEGIR MÉS

- Weisstein, E. W. «Dürer's Magic Square» i «Magic Square». *MathWorld*, Wolfram Research.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.