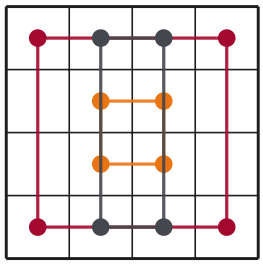
ACTIVITAT 6 · CAPÍTOL 08 · EL QUADRAT (GAIREBÉ) MÀGIC

El teu quadrat (gairebé) màgic



A la façana de la Passió de la Sagrada Família hi ha setze números que sumen 33 en files, columnes i diagonals. Els hi va posar l'escultor Josep Maria Subirachs, i no són de Gaudí. Aquí veuràs per què el seu quadrat no pot ser màgic del tot, i en faràs un amb la teva data de naixement.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	Individual o en parelles
MATERIAL	Llapis, colors i, si cal, una calculadora.

A El quadrat de Subirachs

A1 Suma cada fila, cada columna i les dues diagonals. Escriu els resultats a les caselles grises; els de les diagonals, a les de vora discontínua.

A2 Hi ha moltes més maneres de triar quatre caselles que sumin 33: les quatre cantonades, les quatre del centre... Marca-les unint les caselles amb una línia de color, com al dibuix de dalt. N'hi ha 88 en total. Quantes en trobes? .....

1	14	14	4	
11	7	6	9	
8	10	10	5	
13	2	3	15	

A3 Quins números es repeteixen? _____ Quins números de l'1 al 16 hi falten?

.....

A4 Un quadrat màgic «de debò» de 4 × 4 fa servir els números de l'1 al 16, cadascun una sola vegada. Quant sumen tots setze? (Pista: aparella l'1 amb el 16, el 2 amb el 15... Quantes parelles hi ha, i quant suma cada una?) .....

Si aquest total es reparteix en quatre files que sumin igual, quant ha de sumar cada fila? _____ Per què Subirachs no podia arribar a 33 sense repetir números?

.....

.....

B El teu quadrat d'aniversari

Escriu la teva data de naixement amb quatre números de dues xifres: A, el dia; B, el mes; C, les dues primeres xifres de l'any; i D, les dues últimes. Per exemple, el 15 de març de 2013 dona A = 15, B = 3, C = 20 i D = 13. Després omple el quadrat buit seguint la plantilla.

La plantilla

A	B	C	D
D + 1	C − 1	B − 3	A + 3
B − 2	A + 2	D + 2	C − 2
C + 1	D − 1	A + 1	B − 1

Exemple: 15-03-2013

15	3	20	13
14	19	0	18
1	17	15	18
21	12	16	2

El teu quadrat

B1 Comprova que les files, les columnes i les diagonals sumen el mateix. Quant sumen? Compara-ho amb A + B + C + D.

B2 Sumen el mateix les quatre cantonades? I cadascun dels quatre quadrats de 2 × 2 de les cantonades?

B3 Per què funciona? Mira la segona fila: D + 1, C − 1, B − 3, A + 3. Què passa amb el +1 i el −1, i amb el −3 i el +3, quan ho sumes tot? Fes el mateix amb la primera columna.

B4 Et pot sortir un zero o un nombre negatiu (si vas néixer al gener, B − 3 = −2). No passa res: el quadrat continua funcionant. Com el de Subirachs, el teu tampoc no és un quadrat màgic de debò. Per què?

PER ANAR MÉS LLUNY

Fes el quadrat de l'aniversari de Gaudí, que va néixer el 25 de juny de 1852. Quant sumen les files? Hi ha cap número repetit? I un altre repte: al quadrat que Albrecht Dürer va gravar el 1514, la fila de baix amaga l'any del gravat (15 14). On és la teva data, al teu quadrat?

El teu quadrat (gairebé) màgic

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Practicar el càlcul, fer servir l'estratègia de Gauss per sumar, entendre per què uns termes s'anul·len en una expressió i raonar per què una cosa és impossible.

SABERS

Sentit numèric · Sentit algebraic (expressions i equivalència).

CONSELLS

- A la part A, cada grup pot buscar combinacions i posar-les en comú a la pissarra.
- A la part B, qui no vulgui fer servir la seva data pot triar la d'un familiar o una d'inventada.

D'ON SURT EL QUADRAT DE SUBIRACHS

Del de Dürer, que suma 34. Subirachs el va girar mig tomb i va restar 1 a quatre caselles, una de cada fila, de cada columna i de cada diagonal: per això totes perden exactament 1. El 33 és l'edat que la tradició atribueix a Crist en morir.

EL QUADRAT D'ANIVERSARI

La plantilla circula amb el nom de «quadrat de Ramanujan», perquè se sol mostrar amb la data de naixement del matemàtic indi Srinivasa Ramanujan, el 22-12-1887.

SOLUCIONS

- A1 Totes sumen 33.
- A2 Les cantonades (1 + 4 + 13 + 15), el centre (7 + 6 + 10 + 10), els quatre quadrats de 2 × 2 de les cantonades (1 + 14 + 11 + 7, 14 + 4 + 6 + 9, 8 + 10 + 13 + 2, 10 + 5 + 3 + 15), les caselles del mig de la primera i l'última fila (14 + 14 + 2 + 3), els extrems de les dues files del mig (11 + 9 + 8 + 5)… Comptant caselles, i no valors, n'hi ha 88 de quatre caselles. Si es compten tots els grups de tres a set caselles (els 88 inclosos), en surten 310, la xifra que dona la Sagrada Família.
- A3 Es repeteixen el 10 i el 14; falten el 12 i el 16.
- A4 8 parelles de 17: 136. 136 ÷ 4 = 34. Per a 33 caldria que el total fos 132, i amb els números de l'1 al 16 un cop cadascun sempre és 136.
- B1 Sempre A + B + C + D. A l'exemple, 51.
- B2 Sí, les cantonades i els quatre quadrats de 2 × 2, i també els quatre del centre.
- B3 Cada fila, columna i diagonal té A, B, C i D una vegada, més uns números que sumen zero (a la segona fila, +1 − 1 − 3 + 3; a la primera columna, +1 − 2 + 1).
- B4 Es poden repetir números, i no són els de l'1 al 16.
- Gaudí 25 + 6 + 18 + 52 = 101, i cap número no es repeteix.

Per continuar: el capítol 08 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb el quadrat de Subirachs i el de Dürer per tocar; l'article «El quadrat màgic de la façana de la Passió» del blog de la Sagrada Família; i la fitxa de «Melencolia I» de la National Gallery of Art de Washington.

PER LLEGIR MÉS

- Weisstein, E. W. «Dürer's Magic Square» i «Magic Square». *MathWorld*, Wolfram Research.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.