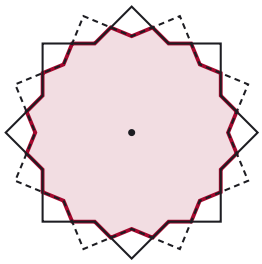
ACTIVITAT 5 · CAPÍTOLS 06 I 07 · LA COLUMNA I EL MÒDUL

L'estrella que puja



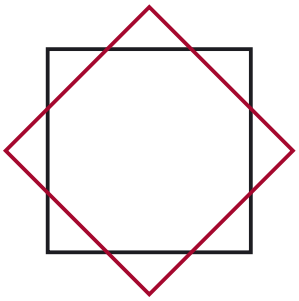
Les columnes de la nau central de la Sagrada Família comencen amb una estrella de vuit puntes i, a mesura que pugen, es tornen gairebé rodones. Ho fan girant alhora cap a la dreta i cap a l'esquerra. Amb dos fulls de paper vegetal pots veure com passa.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	50 minuts
AGRUPAMENT	En parelles
MATERIAL	Dos fulls de paper vegetal (o la plantilla de la pàgina 3 impresa dues vegades en paper vegetal), una xinxeta, una goma d'esborrar, llapis de colors, regle, una tira de paper de 16 cm i tisores.

A Dues estrelles que giren

1. Calca l'estrella i el cercle de marques de la pàgina 3 en dos fulls de paper vegetal.
2. Posa un full sobre l'altre, amb les estrelles ben encaixades, i clava la xinxeta al centre, sobre la goma.
3. Gira el full de dalt fins que la seva marca 0 quedi sobre la marca 1 del full de baix.
4. Pinta la part que és dins de les dues estrelles alhora.



dos quadrats, un girat 45°

A1 Quantes puntes té la figura que has pintat? _____

A2 Entre dues marques veïnes hi ha 22,5°. Comprova-ho: en una volta hi ha _____ marques, i 360 ÷ _____ = _____

A3 Ara gira el full de dalt una marca més (45° en total). Què passa amb la part comuna?

A4 La columna fa una cosa semblant, però les dues estrelles giren alhora, una cap a la dreta i l'altra cap a l'esquerra. La secció és la part que tenen en comú, i a dalt del primer tram ja té setze puntes. Si es repetís el procés amb la figura de setze puntes, quantes en sortirien? I la vegada següent? Què li passa a la forma quan les puntes són moltíssimes?

B Trams que es fan petits

A la columna de vuit puntes, el primer tram fa 8 metres. Cada tram següent fa la meitat d'alçada que l'anterior i torna a doblar les puntes.

Tram	Alçada del tram	Alçada total	Puntes a dalt
1	8 m	8 m	16
2			
3			
4			
5			

B1 Si poguessis continuar la taula sense parar, fins on arribaria l'alçada total?

B2 A la columna real, el fust s'acaba després del tercer tram, i a sobre hi ha el capitell. Quina alçada té el fust, i quantes puntes té a dalt?

B3 Talla la tira de 16 cm per la meitat. Del tros que et queda, talla'n la meitat, i així successivament. Posa en fila els trossos tallats: arriben mai als 16 cm?

B4 Amb fraccions: 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 = _____. I si hi afegeixes 1/32? _____ Quant falta per arribar a 1? _____

C Columnes que es poden comptar

A la Sagrada Família hi ha columnes de 6, 8, 10 i 12 puntes. El nombre de puntes ho decideix gairebé tot: el diàmetre és tantes dotzenes parts de 210 cm com puntes té la columna, i el primer tram fa tants metres com puntes.

Puntes	Diàmetre	1r tram	2n tram	3r tram	Fust
6	105 cm	6 m	3 m	1,5 m	10,5 m
8		8 m			14 m
10					
12	210 cm				

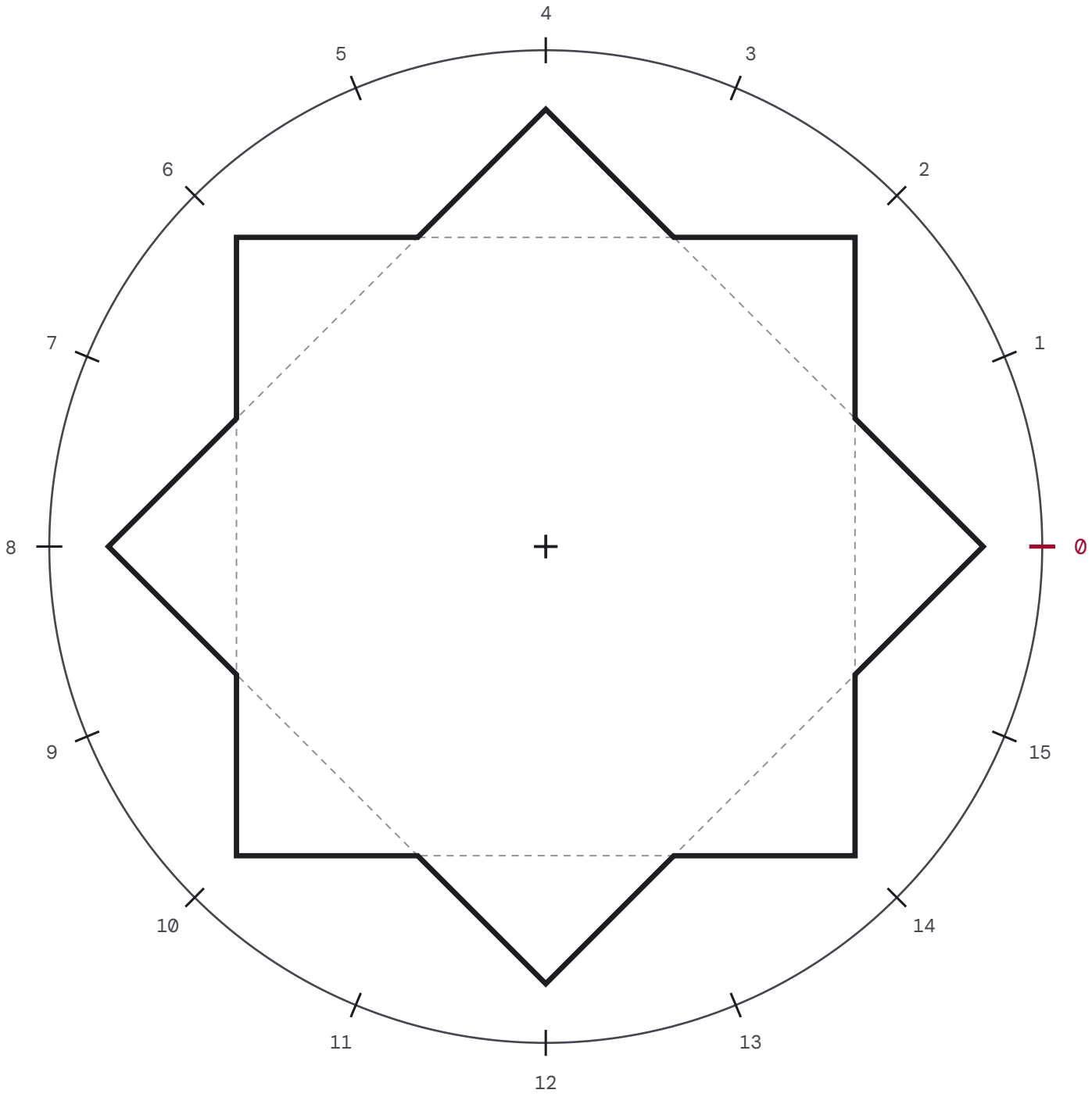
C1 Quants centímetres de diàmetre toquen a cada punta? _____ cm

C2 Compara el diàmetre amb l'alçada del fust. Quantes vegades més alt és? _____

C3 Les quatre columnes de 12 puntes són al creuer, sota la torre central, la més alta. Per què creus que són les més gruixudes?

Imprimeix aquesta pàgina dues vegades en paper vegetal, o calca-la dues vegades.

L'estrella de vuit puntes · calca-la dues vegades



les marques van cada 22,5° · la marca 0 cau sobre una punta

L'estrella que puja

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Explorar girs i simetries, descobrir una suma infinita amb un resultat finit, treballar amb fraccions i reconèixer magnituds directament proporcionals.

SABERS

Sentit espacial (girs i simetria) · Sentit numèric (fraccions) · Sentit algebraic (proporcionalitat).

CONSELLS

- Moltes impressores làser accepten paper vegetal. Si no, calqueu la plantilla o feu servir acetats.
- La goma sota la xinxeta fa d'eix i protegeix la taula.
- A la columna de veritat, el contorn de l'estrella és fet d'arcs de paràbola i no de rectes, però el procés és el mateix.

PER QUÈ 22,5°

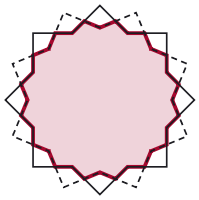
Amb qualsevol gir entre 0° i 45° la part comuna té setze puntes, però només a 22,5°, mig pas de l'estrella, són totes iguals. A 45° les dues estrelles tornen a coincidir. Per això, perquè la secció tingui setze puntes iguals, les dues estrelles han d'acabar el primer tram separades 22,5°.

LES COLUMNES

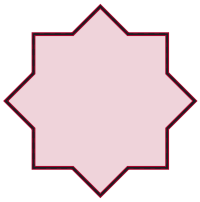
Les de 12 puntes són les quatre del creuer, de pòrfir vermell; les de 10, sota les torres dels evangelistes, de basalt negre.

Per continuar: els capítols 06 i 07 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, on es pot pujar per la columna i veure'n la secció, i comptar les alçades del temple en mòduls de 7,5 m; l'article «Columnes de la Sagrada Família: geometria, mecànica i materials d'un bosc de pedra» del blog de la Sagrada Família; i el vídeo «La columna de doble gir» a educa.sagradafamilia.org.

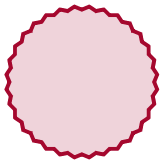
SOLUCIONS



gir de 22,5°: 16 puntes iguals



gir de 45°: tornen a coincidir



següent tram: 32 puntes

- A1 16.
- A2 16 marques; 360 ÷ 16 = 22,5°.
- A3 Les estrelles tornen a coincidir: la part comuna torna a ser una estrella de vuit puntes.
- A4 32, després 64… La forma s'acosta a un cercle.

Tram	2	3	4	5
Alçada del tram	4 m	2 m	1 m	0,5 m
Alçada total	12 m	14 m	15 m	15,5 m
Puntes	32	64	128	256

- B1 Fins a 16 m, sense arribar-hi mai.
- B2 14 m i 64 puntes. La resta de trams queden amagats dins el capitell, un nus en forma d'el·lipsoide, i la columna sencera fa 16 m, el doble del nombre de puntes.
- B3 No: sempre falta el tros que no has tallat.
- B4 15/16; 31/32; falta 1/32.

Puntes	Diàmetre	Trams	Fust
8	140 cm	8 + 4 + 2 m	14 m
10	175 cm	10 + 5 + 2,5 m	17,5 m
12	210 cm	12 + 6 + 3 m	21 m

- C1 17,5 cm per punta.
- C2 10 vegades: 14 m són 1400 cm, i 1400 ÷ 140 = 10. Passa a totes les columnes, i és la regla que dona la mateixa Sagrada Família: el fust fa deu vegades el diàmetre interior.
- C3 Perquè aguanten més pes.

PER LLEGIR MÉS

- Bonet i Armengol, J. (2000). *L'últim Gaudí: el modulat geomètric del Temple de la Sagrada Família*. Barcelona: Pòrtic. En català i anglès.
- Burry, M. (ed.) (2007). *Gaudí Unseen: Completing the Sagrada Família*. Berlín: Jovis.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.