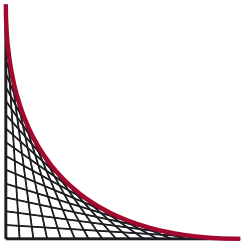
ACTIVITAT 3 · CAPÍTOL 04 · SUPERFÍCIES REGLADES

Corbes fetes de rectes



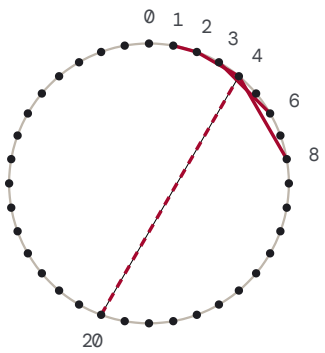
En aquesta activitat només dibuixaràs rectes, amb regle. Les corbes sortiran soles. Gaudí va aprofitar aquest fet per aixecar formes corbes amb peces rectes, com les lluernes de les voltes de la Sagrada Família.

Nom _____ Grup _____ Data _____

DURADA	Part A, uns 30 minuts. Part B, una sessió de 50 minuts.
AGRUPAMENT	Part A, individual. Part B, en parelles.
MATERIAL	Regle, llapis de colors, les plantilles de les pàgines 3 i 4, cartolina, cola, tisores i uns 2 m de fil elàstic (el de fer polseres).

A Rectes que fan corbes

1. A la plantilla de la pàgina 3 hi ha un angle recte amb els costats numerats de l'1 al 10. Uneix amb el regle l'1 d'un costat amb l'1 de l'altre, el 2 amb el 2, i així fins al 10. La primera recta ja hi és.
2. Al cercle «× 2» hi ha 36 punts numerats del 0 al 35. Uneix cada número amb el seu doble: l'1 amb el 2, el 2 amb el 4, el 3 amb el 6... Quan el doble passi de 35, resta-li 36: el 20 va amb el $40 - 36 = 4$.
3. Al cercle «× 3», fes el mateix amb el triple: l'1 amb el 3, el 2 amb el 6... Resta 36 tantes vegades com calgui.



així comença el «× 2»: 1 amb 2, 2 amb 4, 3 amb 6, 4 amb 8… i 20 amb 4

A1 A l'angle has dibuixat deu rectes. Quina forma hi apareix?

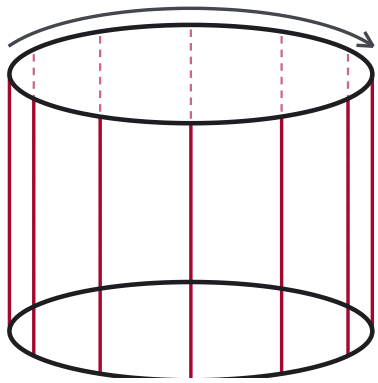
A2 Si cada costat tingués 20 marques en lloc de 10, la corba es veuria més suau o menys? Per què?

A3 Quina figura surt al cercle «× 2»? Se'n diu cardioide. D'on creus que li ve el nom?

A4 Quantes puntes té la figura del cercle «× 3»? I la del «× 2»? Endevina quantes en tindria la del «× 4».

B Un hiperboloide de fil

1. Enganxa la pàgina 4 sobre cartolina i retalla el cercle de baix i el cercle de dalt. Fes una osca petita, de 3 mm, a cada marca.
2. Lliga el fil elàstic a l'osca 1 del cercle de baix. Puja'l fins a l'osca 1 del de dalt, passa'l per sobre fins a la 2, baixa'l fins a la 2 de baix, i així fins a la 12. Lliga'n l'extrem.
3. La teva parella aguanta el cercle de baix sobre la taula. Tu aguantes el de dalt uns 12 cm més amunt, amb les osques una sobre l'altra. Tens un cilindre fet de fils rectes.
4. Gira el cercle de dalt una osca, dues, tres... fins a sis. Cada vegada, mesura amb el regle l'amplada de la cintura, al punt més estret, i apunta-la a la taula.



el fil puja i baixa per les osques

Osques girades	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Graus	0	30	60	90	120	150	180
Cintura mesurada (cm)							
Cintura dibuixada (cm)							

B1 Comprova-ho dibuixant. Al cercle que no es retalla, a la pàgina 4, traça la recta que va del punt 1 al punt 4: és el que fa un fil, vist des de dalt, quan gires tres osques. Marca'n el punt del mig, mesura'n la distància fins al centre i multiplica-la per 2. Fes-ho per a cada gir (de l'1 al 2, de l'1 al 3...) i omple l'última fila de la taula.

B2 Les dues últimes files de la taula s'assemblen? Què passa quan gires sis osques (180°)?

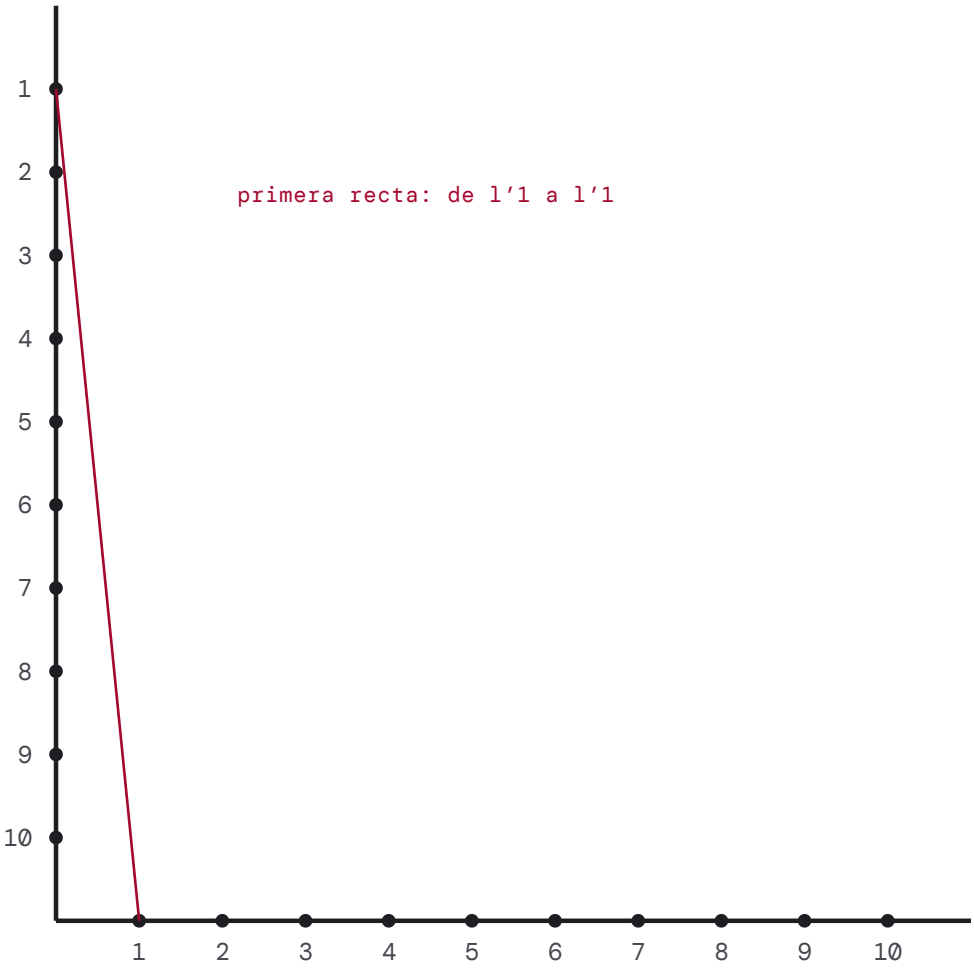
B3 Per què el dibuix i la maqueta donen el mateix? Pista: mira la maqueta des de dalt.

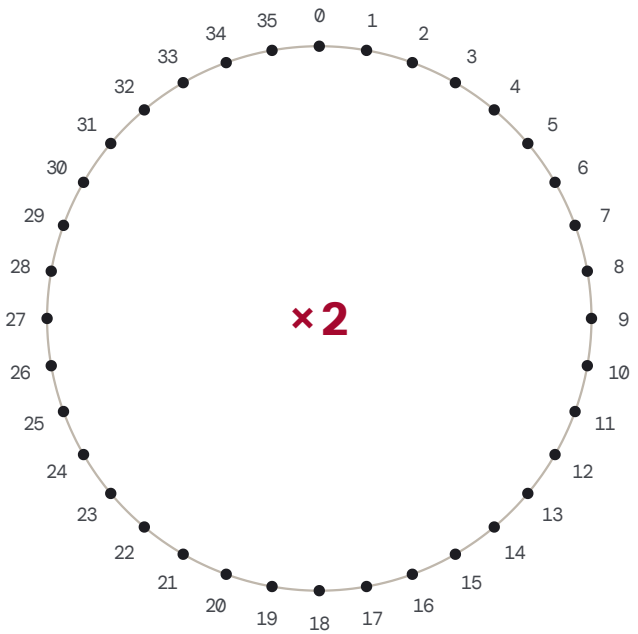
PER ANAR MÉS LLUNY

Prova el «× 4», el «× 5» i el «× 6» en cercles dibuixats per tu i comprova si es compleix el que vas endevinar a la pregunta A4. I mira el teu hiperboloide: és tot corbes, però està fet només de fils rectes. Per això es pot construir amb barres, taulons d'encofrat o un fil ben tibant.

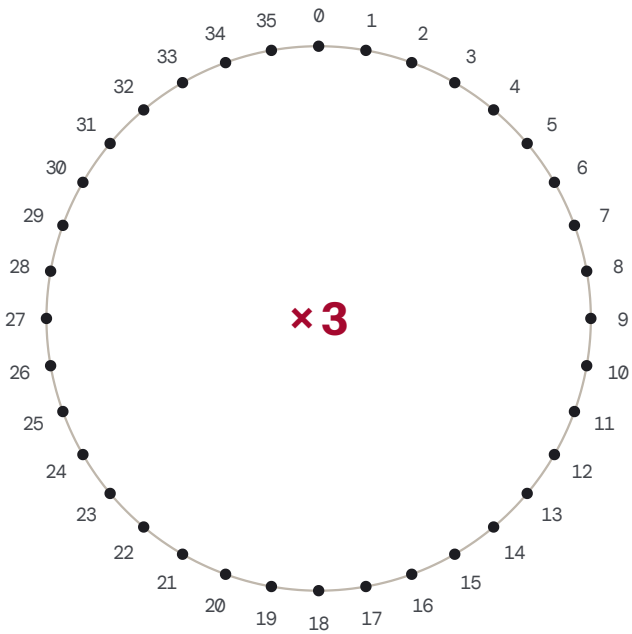
Plantilla de la part A. No cal retallar res.

Rectes que fan una corba





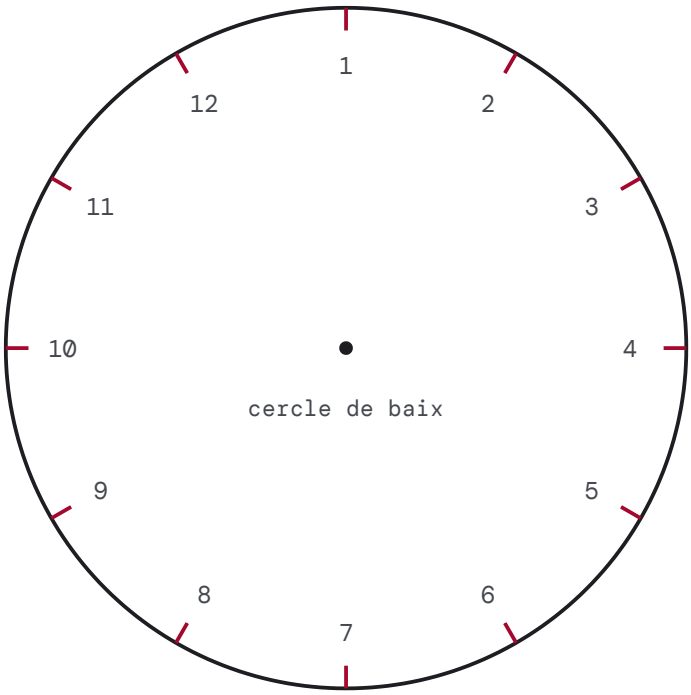
uneix cada número amb el seu doble

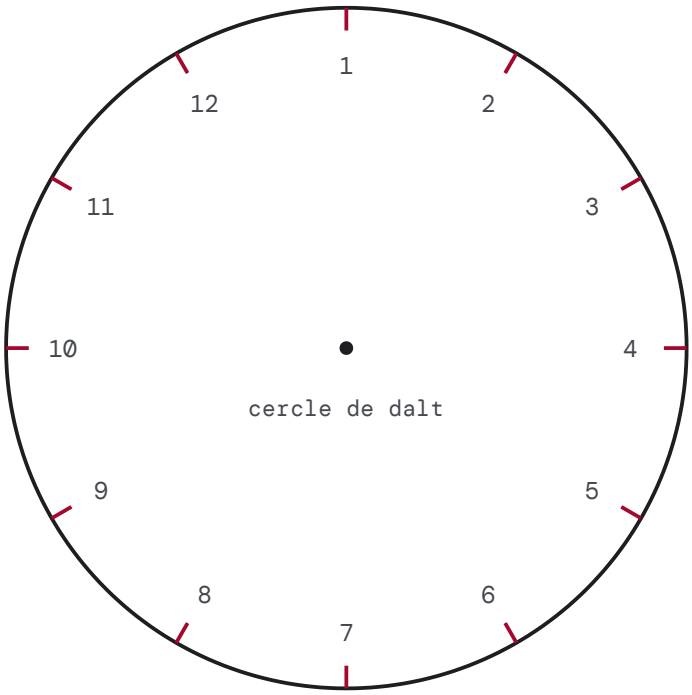


uneix cada número amb el seu triple

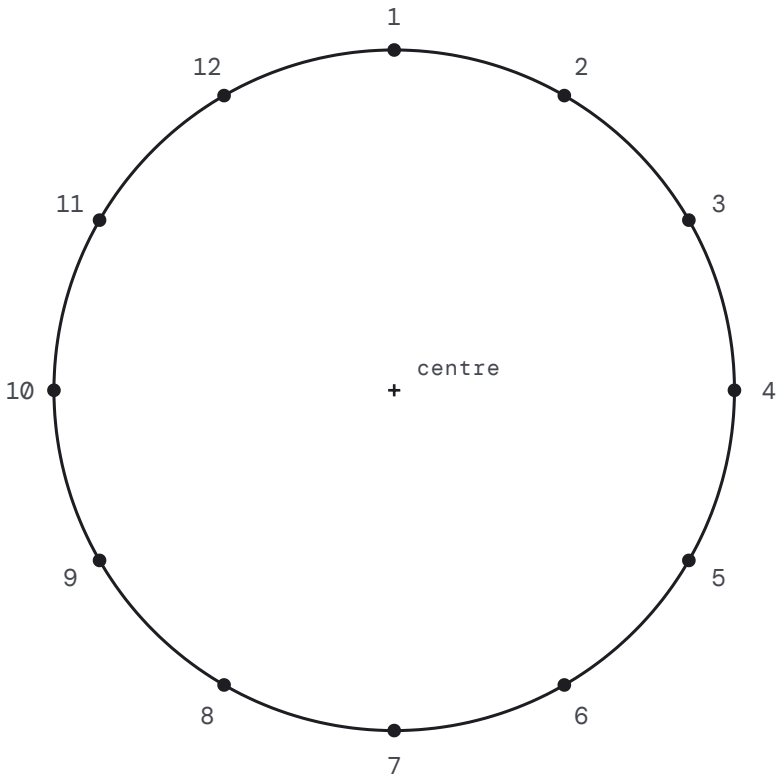
Plantilla de la part B. Imprimeix-la al 100 % i enganxa-la sobre cartolina.

Retalla els dos cercles i fes una osca a cada marca





Per dibuixar: la cintura vista des de dalt (aquest no el retallis)



Corbes fetes de rectes

SOLUCIONS I NOTES

OBJECTIUS

Descobrir que una corba pot sortir d'un feix de rectes, trobar patrons amb la multiplicació i el residu i comparar una mesura amb una construcció geomètrica.

SABERS

Sentit espacial · Sentit de la mesura · Sentit algebraic (patrons).

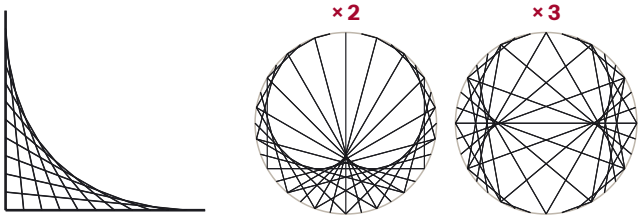
CONSELLS

- A la part A, un llapis ben esmolat i un regle transparent donen corbes molt més netes.
- El fil elàstic manté els dotze fils tibants. Si no en teniu, feu servir fil normal i estireu el cercle de dalt cap amunt perquè els fils quedin tibants. Quan el gireu, baixarà una mica, però la cintura no canvia.
- Per mesurar la cintura, regle horitzontal a mitja alçada, sense prémer els fils.

GAUDÍ I LES SUPERFÍCIES REGLADES

Gaudí va fer servir hiperboloides a les lluernes de la Sagrada Família, paraboloides hiperbòlics a voltes i unions, i conoides a la teulada de les Escoles. Totes són superfícies reglades: per cada punt hi passa almenys una recta sencera.

SOLUCIONS



l'angle · «× 2», una cardioide · «× 3», una nefroide

- A1 Una corba que arrodoneix la cantonada: és un arc de paràbola, la corba que toca totes les rectes.
- A2 Més suau: hi ha més rectes i més juntes. La corba no es mou de lloc.
- A3 Un cor amb una punta. Cardioide ve del grec kardia, cor.
- A4 × 3: dues puntes (es diu nefroide, «en forma de ronyó»). × 2: una. × 4: tres. Multiplicar per k dona $k - 1$ puntes.

Osques	0	1	2	3	4	5	6
Cintura (cm)	9,0	8,7	7,8	6,4	4,5	2,3	0

- B2 Sí, amb diferències de pocs mil·límetres. Com que els fils van per dins de les osques, 3 mm cap a dins, la cintura mesurada surt una mica més estreta: 8,4 cm sense girar. A 180° tots els fils passen pel centre: la cintura desapareix i queden dos cons que es toquen per la punta.
- B3 Vist des de dalt, cada fil és una corda del cercle. El punt del fil més proper a l'eix és el del mig, a mitja alçada, i la seva distància al centre és la del punt mitjà de la corda. A 4t d'ESO: cintura = $D \cdot \cos(\text{gir} / 2)$.

Per continuar: el capítol 04 de crm.cat/les-matematiques-de-gaudi, amb un hiperboloide que es pot girar; el simulador «Mathologer's multiplication on a circle with modulo» de Red Blob Games, que fa les taules sobre un cercle; i el vídeo «Voltes foradades» (ESO) a educa.sagradafamilia.org.

PER LLEGIR MÉS

- Alsina, C. i Gómez Serrano, J. (2002). «Gaudí, geométricamente». *La Gaceta de la RSME*, 5(3), 523–539.
- Alsina, C. (2016). «Un templo de Geometría: la Sagrada Familia en 2026». *Suma*, 82, 35–42. Es pot llegir de franc al web de la revista.

La bibliografia completa, amb enllaços, és a crm.cat/les-matematiques-de-gaudi.